20. 已知函数$f(x)=x^3+k\ln x(k\in R)$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数.

（1） 当$k=6$时，

（i） 求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（ii） 求函数$g(x)=f(x)-f'(x)+\frac{9}{x}$的单调区间和极值；

（2） 当$k\geqslant -3$时，求证：对任意的$x_1,x_2\in[1,+\infty)$，且$x_1>x_2$，有

$$\frac{f'(x_1)+f'(x_2)}{2}>\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}.$$