2022年高考全国2卷数学

单项选择题

1. 已知集合$A=\{-1,1,2,4\},B=\{x\,|\,|x-1|\le 1\}$，则$A\cap B=$（　）

A. $\{-1,2\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{1,4\}$　　D. $\{-1,4\}$

2. $(2+2i)(1-2i)=$（　）

A. $-2+4i$　　B. $-2-4i$

C. $6+2i$　　D. $6-2i$

3. 图1是中国古代建筑中的举架结构，AA',BB',CC',DD'是桁，相邻桁的水平距离称为步，垂直距离称为举，图2是某古代建筑屋顶截面的示意图．其中DD_1,CC_1,BB_1,AA_1是举，OD_1,DC_1,CB_1,BA_1是相等的步，相邻桁的举步之比分别为$\frac{DD_1}{OD_1}=0.5,\frac{CC_1}{DC_1}=k_1,\frac{BB_1}{CB_1}=k_2,\frac{AA_1}{BA_1}=k_3$．已知$k_1,k_2,k_3$成公差为0.1的等差数列，且直线$OA$的斜率为0.725，

则$k_3=$（　）

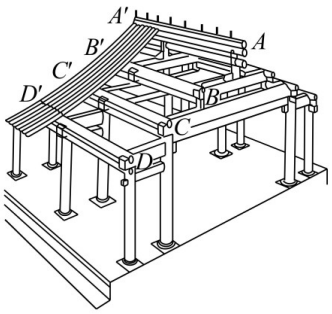


图1

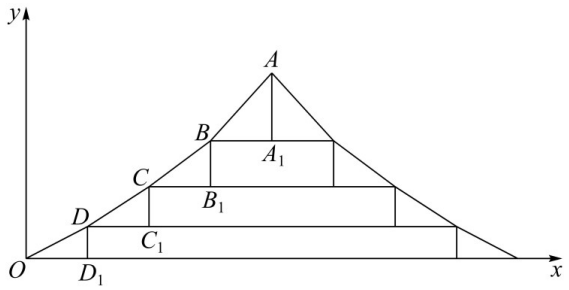


图2

A. 0.75　　B. 0.8　　C. 0.85　　D. 0.9

4. 已知向量$\vec{a}=(3,4),\vec{b}=(1,0),\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$，若$\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=\langle\vec{b},\vec{c}\rangle$，则$t=$（　）

A. -6　　B. -5

C. 5　　D. 6

5. 有甲、乙、丙、丁、戊5名同学站成一排参加文艺汇演，若甲不站在两端，丙和丁相邻，则不同排列方式共有（　）

A. 12种　　*B.* 24种　　*C.* 36种　　*D.* 48种

6. 若$\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\beta)=2\sqrt{2}\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})\sin\beta$，则（　）

A. $\tan(\alpha-\beta)=1$

B. $\tan(\alpha+\beta)=1$

C. $\tan(\alpha-\beta)=-1$

D. $\tan(\alpha+\beta)=-1$

7. 已知正三棱台的高为1，上、下底面边长分别为$3\sqrt{3}$和$4\sqrt{3}$，其顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（　）

A. 100π　　B. 128π

C. 144π　　D. 192π

8. 已知函数$f(x)$的定义域为R，且$f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y),f(1)=1$，则$\sum_{k=1}^{22}f(k)$=（　）

A. -3　　B. -2

C. 0　　D. 1

多项选择题

9. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$的图像关于点$(\frac{2\pi}{3},0)$中心对称，则（　）

A. $f(x)$在区间$(0,\frac{5\pi}{12})$单调递减

B. $f(x)$在区间$(-\frac{\pi}{12},\frac{11\pi}{12})$有两个极值点

C. 直线$x=\frac{7\pi}{6}$是曲线$y=f(x)$的对称轴

D. 直线$y=\frac{\sqrt{3}}{2}-x$是曲线$y=f(x)$的切线

10. 已知O为坐标原点，过抛物线$C:y^2=2px(p>0)$焦点F的直线与C交于A，B两点，其中A在第一象限，点$M(p,0)$，若$|AF|=|AM|$，则（　）

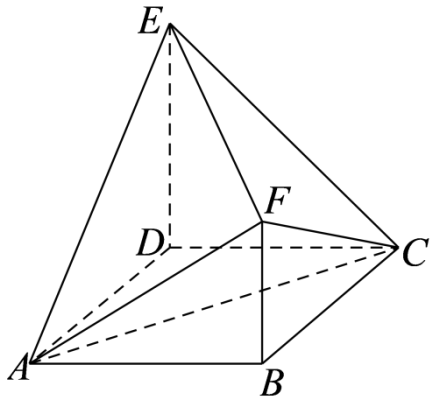
A. 直线AB的斜率为$2\sqrt{6}$

B. $|OB|=|OF|$

C. $|AB|>4|OF|$

D. $\angle OAM+\angle OBM<180°$

11. 如图，四边形$ABCD$为正方形，$ED\perp$平面$ABCD$，$FB\parallel ED$,$AB=ED=2FB$，记三棱锥$E-ACD$，$F-ABC$，$F-ACE$的体积分别为V_1,V_2,V_3，则（　）



A. $V_3=2V_2$

B. $V_3=V_1$

C. $V_3=V_1+V_2$

D. $2V_3=3V_1$

12. 若x，y满足$x^2+y^2-xy=1$，则（　）

A. $x+y\le 1$

B. $x+y\ge -2$

C. $x^2+y^2\le 2$

D. $x^2+y^2\ge 1$

填空题

13. 已知随机变量X服从正态分布$N(2,\sigma^2)$，且$P(2<X\le 2.5)=0.36$，则$P(X>2.5)$=_____.

14. 曲线$y=\ln|x|$过坐标原点的两条切线的方程为_____，_____.

15. 设点$A(-2,3),B(0,a)$，若直线AB关于$y=a$对称的直线与圆$(x+3)^2+(y+2)^2=1$有公共点，则a的取值范围是_____.

16. 已知直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ 在第一象限交于 A，B 两点，l 与 x 轴，y 轴分别交于 M，N 两点，且 $|MA|=|NB|$，$|MN|=2\sqrt{3}$，则 l 的方程为_____.

解答题

17. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，$\{b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_2-b_2=a_3-b_3=b_4-a_4$.

（1）证明：$a_1=b_1$；

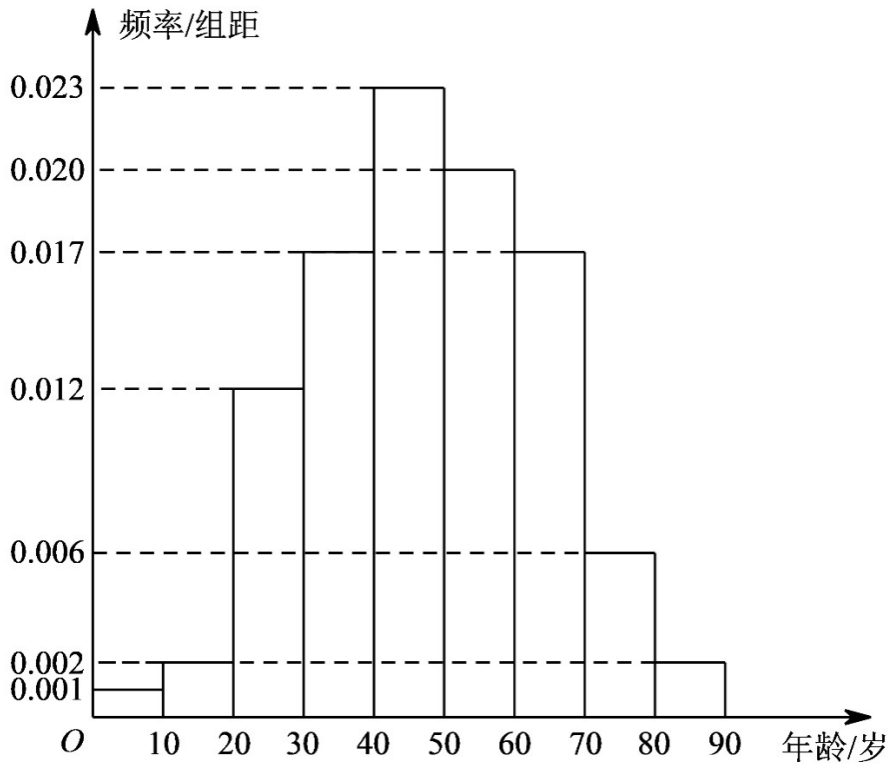
（2）求集合 $\{k\mid b_k=a_m+a_1, 1\le m\le 500\}$ 中元素个数.

18. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，分别以 a，b，c 为边长的三个正三角形的面积依次为 S_1, S_2, S_3，已知 $S_1-S_2+S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin B=\frac{1}{3}$.

（1）求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $\sin A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}$，求 b.

19. 在某地区进行流行病学调查，随机调查了 100 位某种疾病患者的年龄，得到如下的样本数据的频率分布直方图：

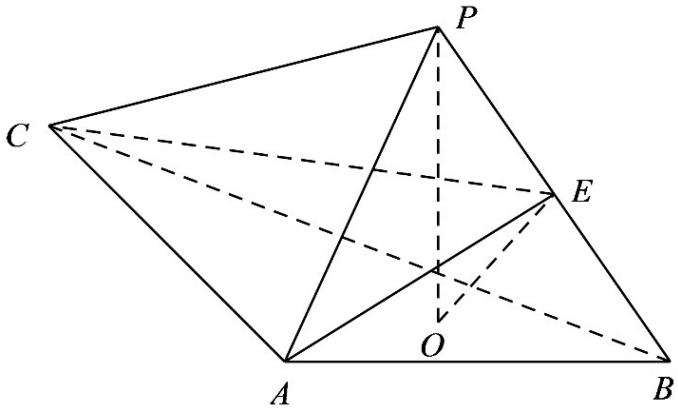


（1）估计该地区这种疾病患者的平均年龄（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（2）估计该地区一位这种疾病患者的年龄位于区间 $[20,70)$ 的概率；

（3）已知该地区这种疾病的患病率为0.1%，该地区年龄位于区间$[40,50)$的人口占该地区总人口的16%. 从该地区中任选一人，若此人的年龄位于区间$[40,50)$，求此人患这种疾病的概率．（以样本数据中患者的年龄位于各区间的频率作为患者的年龄位于该区间的概率，精确到0.0001）．

20. 如图，PO是三棱锥$P-ABC$的高，$PA=PB$，$AB\perp AC$，E是PB的中点．



（1）证明：$OE\parallel$平面PAC；

（2）若$\angle ABO=\angle CBO=30°$，$PO=3$，$PA=5$，求二面角$C-AE-B$的正弦值．

21. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F(2,0)$，渐近线方程为$y=\pm\sqrt{3}x$.

（1）求C的方程；

（2）过F的直线与C的两条渐近线分别交于A，B两点，点$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$在C上，且$x_1>x_2>0,y_1>0$．过P且斜率为$-\sqrt{3}$的直线与过Q且斜率为$\sqrt{3}$的直线交于点M. 从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立：① M在AB上；②$PQ\parallel AB$；③$|MA|=|MB|$.

22. 已知函数$f(x)=xe^{ax}-e^x$.

（1）当$a=1$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）当$x>0$时，$f(x)<-1$，求a的取值范围；

（3）设$n\in N^*$，证明：$\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}>\ln(n+1)$.