# 2022年高考全国乙卷数学文科

## 单项选择题

1. 集合$M=\{2,4,6,8,10\}$,$N=\{x\mid -1<x<6\}$，则$M\cap N=$（　）

A. $\{2,4\}$　　B. $\{2,4,6\}$

C. $\{2,4,6,8\}$　　D. $\{2,4,6,8,10\}$

2. 设$(1+2i)a+b=2i$，其中$a,b$为实数，则（　）

A. $a=1,b=-1$　　B. $a=1,b=1$

C. $a=-1,b=1$　　D. $a=-1,b=-1$

3. 已知向量$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(-2,4)$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$（　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

4. 分别统计了甲、乙两位同学16周的各周课外体育运动时长（单位：$h$），得如下茎叶图：

| 甲 | | 乙 |
|---|---|---|
| 1 6 | 5. | |
| 0 3 5 8 | 6. | 3 |
| 2 3 5 7 | 7. | 4 6 |
| 1 2 4 6 | 8. | 1 2 2 5 6 6 6 6 |
| 2 4 | 9. | 0 2 3 8 |
| | 10. | 1 |

则下列结论中错误的是（　）

A. 甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为7.4

B. 乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于8

C. 甲同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.4

D. 乙同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.6

5. 若$x$，$y$满足约束条件

$$\begin{cases} x+y\geq 2, \\ x+2y\leq 4, \\ y\geq 0, \end{cases}$$

则$z=2x-y$的最大值是（　）

A. $-2$　　B. 4

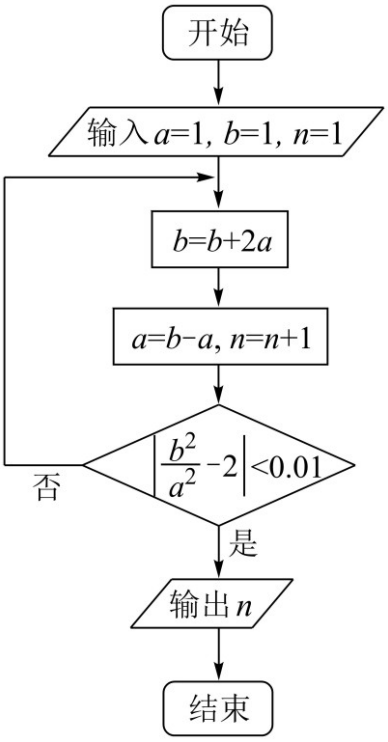
C. 8　　D. 12

6. 设$F$为抛物线$C:y^2=4x$的焦点，点$A$在$C$上，点$B(3,0)$，若$|AF|=|BF|$，则$|AB|$=（　）

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$

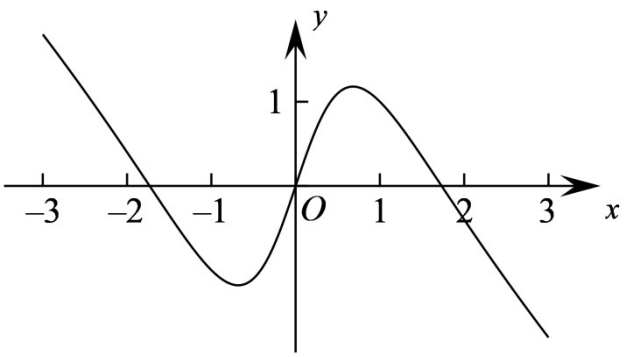
C. 3　　D. $3\sqrt{2}$

7. 执行下边的程序框图，输出的$n$=（　）




A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

8. 如图是下列四个函数中的某个函数在区间$[-3,3]$的大致图像，则该函数是（　）



A. $y=\frac{-x^3+3x}{x^2+1}$　　B. $y=\frac{x^3-x}{x^2+1}$

C. $y=\frac{2x\cos x}{x^2+1}$　　D. $y=\frac{2\sin x}{x^2+1}$

9. 在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$E$，$F$分别为$AB,BC$的中点，则（　）

A. 平面$B_1EF\perp$平面$BDD_1$

B. 平面$B_1EF\perp$平面$A_1BD$

C. 平面$B_1EF\parallel$平面$A_1AC$

D. 平面$B_1EF\parallel$平面$A_1C_1D$

10. 已知等比数列$\{a_n\}$的前3项和为168，$a_2-a_5=42$，则$a_6=$（　）

A. 14　　B. 12　　C. 6　　D. 3

11. 函数$f(x)=\cos x+(x+1)\sin x+1$在区间$[0,2\pi]$的最小值、最大值分别为（　）

A. $-\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}$　　B. $-\frac{3\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}$

C. $-\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}+2$　　D. $-\frac{3\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}+2$

12. 已知球$O$的半径为1，四棱锥的顶点为$O$，底面的四个顶点均在球$O$的球面上，则当该四棱锥的体积最大时，其高为（　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**填空题**

13. 记$S_n$为等差数列$\{a_n\}$的前$n$项和．若$2S_3=3S_2+6$，则公差$d=$_____.

14. 从甲、乙等5名同学中随机选3名参加社区服务工作，则甲、乙都入选的概率为_____.

15. 过四点$(0,0),(4,0),(-1,1),(4,2)$中的三点的一个圆的方程为_____.

16. 若$f(x)=\ln|a+\frac{1}{1-x}|+b$是奇函数，则$a=$____，$b=$____.

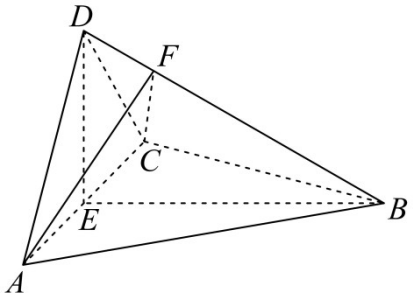
**解答题**

17. 记$\triangle ABC$的内角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，已知$\sin C\sin(A-B)=\sin B\sin(C-A)$.

（1）若$A=2B$，求$C$;

（2）证明：$2a^2=b^2+c^2$

18. 如图，四面体$ABCD$中，$AD\perp CD, AD=CD, \angle ADB=\angle BDC$，$E$为$AC$的中点.




（1）证明：平面$BED\perp$平面$ACD$;

（2）设$AB=BD=2, \angle ACB=60°$，点$F$在$BD$上，当$\triangle AFC$的面积最小时，求三棱锥$F-ABC$的体积.

19. 某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了10棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：$m^2$）和材积量（单位：$m^3$），得到如下数据：

| 样本号i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 总和 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 根部横截面积$x_i$ | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量$y_i$ | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得$\sum_{i=1}^{10}x_i^2=0.038, \sum_{i=1}^{10}y_i^2=1.6158, \sum_{i=1}^{10}x_iy_i=0.2474$.

（1）估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

（2）求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到0.01）；

（3）现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为$186m^2$．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．附：相关系数

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}},\sqrt{1.896}\approx1.377.$$

20．已知函数$f(x)=ax-\frac{1}{x}-(a+1)\ln x$．

（1）当$a=0$时，求$f(x)$的最大值；

（2）若$f(x)$恰有一个零点，求$a$的取值范围．

21．已知椭圆$E$的中心为坐标原点，对称轴为$x$轴、$y$轴，且过$A(0,-2),B(\frac{3}{2},-1)$两点．

（1）求$E$的方程；

（2）设过点$P(1,-2)$的直线交$E$于$M$，$N$两点，过$M$且平行于$x$轴的直线与线段$AB$交于点$T$，点$H$满足$\vec{MT}=\vec{TH}$．证明：直线$HN$过定点．

**坐标系与参数方程**

22．在直角坐标系$xOy$中，曲线$C$的参数方程为

$$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos 2t\\ y=2\sin t\end{cases},$$

（$t$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{3})+m=0$．

（1）写出$l$的直角坐标方程；

（2）若$l$与$C$有公共点，求$m$的取值范围．

**不等式选讲**

23．已知$a$，$b$，$c$都是正数，且$a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}=1$，证明：

（1）$abc\le\frac{1}{9}$；

（2）$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\le\frac{1}{2\sqrt{abc}}$；