2025年高考全国2卷数学

单选题

1. 样本数据2，8，14，16，20的平均数为（　）

A. 8　　B. 9　　C. 12　　D. 18

2. 已知$z=1+i$，则$\frac{1}{z-1}=$（　）

A. $-i$　　B. i

C. -1　　D. 1

3. 已知集合$A=\{-4,0,1,2,8\},B=\{x|x^3=x\}$,则$A\cap B=$（　）

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{1,2,8\}$

C. $\{2,8\}$　　D. $\{0,1\}$

4. 不等式$\frac{x-4}{x-1}\geq 2$的解集是（　）

A. $\{x|-2\leq x\leq 1\}$　　B. $\{x|x\leq -2\}$

C. $\{x|-2\leq x<1\}$　　D. $\{x|x>1\}$

5. 在$\triangle ABC$中，$BC=2$，$AC=1+\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{6}$，
则$A=$（　）

A. $45°$　　B. $60°$

C. $120°$　　D. $135°$

6. 设抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F,点A在C上，过A作C的准线的垂线，垂足为B，若直线BF的方程为$y=-2x+2$，
则$|AF|=$（　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$S_3=6,S_5=-5$,则$S_6=$（　）

A. -20　　B. -15

C. -10　　D. -5

8. 已知$0<\alpha<\pi$，$\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})=$（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{10}$　　D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

多选题

9. 记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和，q为$\{a_n\}$的公比，$q>0$，若$S_3=7, a_3=1$，则（　）

A. $q=\frac{1}{2}$　　B. $a_5=\frac{1}{9}$

C. $S_5=8$　　D. $a_n+S_n=8$

10. 已知$f(x)$是定义在R上的奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=(x^2-3)e^x+2$，则（　）

A. $f(0)=0$

B. 当$x<0$时，$f(x)=-(x^2-3)e^{-x}-2$

C. $f(x)\geq 2$当且仅当$x\geq\sqrt{3}$

D. $x=-1$是$f(x)$的极大值点

11. 双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别是$F_1$、$F_2$，左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，以$F_1F_2$为直径的圆与$C$的一条渐近线交于$M$、$N$两点，且$\angle NA_1M=\frac{5\pi}{6}$，则（　）

A. $\angle A_1MA_2=\frac{\pi}{6}$

B. $|MA_1|=2|MA_2|$

C. C的离心率为$\sqrt{13}$

D. 当$a=\sqrt{2}$时，四边形NA_1MA_2的面积为$8\sqrt{3}$

填空题

12. 已知平面向量$\vec{a}=(x,1),\vec{b}=(x-1,2x)$,若$\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$|\vec{a}|=$_____

13. 若$x=2$是函数$f(x)=(x-1)(x-2)(x-a)$的极值点，则$f(0)=$_____

14. 一个底面半径为$4cm$，高为$9cm$的封闭圆柱形容器（容器壁厚度忽略不计）内有两个半径相等的铁球，则铁球半径的最大值为_____cm.

解答题

15. 已知函数$f(x)=\cos(2x+\varphi)(0\le\varphi<\pi),f(0)=\frac{1}{2}$.

（1）求φ;

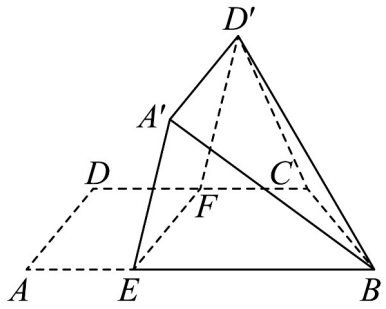
（2）设函数$g(x)=f(x)+f(x-\frac{\pi}{6})$，求$g(x)$的值域和单调区间.

16. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，长轴长为 4.

（1）求 C的方程;

（2）过点$(0,-2)$的直线 l与 C交于A,B两点，O为坐标原点，若$\triangle OAB$的面积为$\sqrt{2}$，求$|AB|$.

17. 如图，在四边形$ABCD$中，$AB\parallel CD,\angle DAB=90°$，$F$为 CD的中点，点 E在 AB上，$EF\parallel AD$，$AB=3AD,CD=2AD$，将四边形$EFDA$沿EF翻折至四边形$EFD'A'$，使得面$EFD'A'$与面 $EFCB$所成的二面角为$60°$.



（1）证明:$A'B\parallel$平面$CD'F$;

（2）求面BCD'与面$EFD'A'$所成的二面角的正弦值.

18. 已知函数$f(x)=\ln(1+x)-x+\frac{1}{2}x^2-kx^3$，其中$0<k<\frac{1}{3}$.

（1）证明：$f(x)$在区间$(0,+\infty)$存在唯一的极值点和唯一的零点;

（2）设x_1,x_2分别为$f(x)$在区间$(0,+\infty)$的极值点和零点.

（*i*）设函数$g(t)=f(x_1+t)-f(x_1-t)$.证明：$g(t)$在区间$(0,x_1)$单调递减;

（*ii*）比较$2x_1$与x_2的大小，并证明你的结论.

19. 甲、乙两人进行乒乓球练习，每个球胜者得 1 分，负者得 0 分．设每个球甲胜的概率为$p\left(\frac{1}{2}<p<1\right)$，乙胜的概率为 q，$p+q=1$，且各球的胜负相互独立，对正整数$k\geq 2$，记p_k为打完 k个球后甲比乙至少多得 2 分的概率，q_k为打完 k个球后乙比甲至少多得 2 分的概率．

（1）求p_3，p_4（用 p表示）．

（2）若$\frac{p_4-p_3}{q_4-q_3}=4$，求 p.

（3）证明：对任意正整数 m，$p_{2m+1}-q_{2m+1}<p_{2m}-q_{2m}<p_{2m+2}-q_{2m+2}$.