2022北京高考数学

单项选择题

1. 已知全集$U=\{x|-3<x<3\}$，集合$A=\{x|-2<x\leq 1\}$，则$\complement_U A=$（　）

A. $(-2,1]$

B. $(-3,-2)\cup[1,3)$

C. $[-2,1)$

D. $(-3,-2]\cup(1,3)$

2. 若复数z满足$i\cdot z=3-4i$，则$|z|=$（　）

A. 1　　B. 5　　C. 7　　D. 25

3. 若直线$2x+y-1=0$是圆$(x-a)^2+y^2=1$的一条对称轴，则$a=$（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 1　　D. -1

4. 已知函数$f(x)=\frac{1}{1+2^x}$，则对任意实数x，有（　）

A. $f(-x)+f(x)=0$

B. $f(-x)-f(x)=0$

C. $f(-x)+f(x)=1$

D. $f(-x)-f(x)=\frac{1}{3}$

5. 已知函数$f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x$，则（　）

A. $f(x)$在$(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6})$上单调递减

B. $f(x)$在$(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12})$上单调递增

C. $f(x)$在$(0,\frac{\pi}{3})$上单调递减

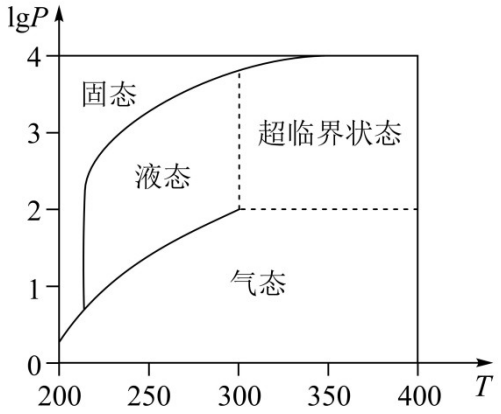
D. $f(x)$在$(\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12})$上单调递增

6. 设$\{a_n\}$是公差不为0的无穷等差数列，则“$\{a_n\}$为递增数列”是“存在正整数N_0，当$n>N_0$时，$a_n>0$”的（　）

A. 充分而不必要条件　　*B.* 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　*D.* 既不充分也不必要条件

7. 在北京冬奥会上，国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献．如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与T和lgP的关系，其中T表示温度，单位是K；P表示压强，单位是bar．下列结论中正确的是（　）



A. 当$T=220$，$P=1026$时，二氧化碳处于液态

B. 当$T=270$，$P=128$时，二氧化碳处于气态

C. 当$T=300$，$P=9987$时，二氧化碳处于超临界状态

D. 当$T=360$，$P=729$时，二氧化碳处于超临界状态

8. 若$(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则$a_0+a_2+a_4=$（　）

A. 40　　B. 41

C. -40　　D. -41

9. 已知正三棱锥$P-ABC$的六条棱长均为6，S是$\triangle ABC$及其内部的点构成的集合．设集合$T=\{Q\in S\mid PQ\le 5\}$，则T表示的区域的面积为（　）

A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. π

C. 2π　　D. 3π

10. 在$\triangle ABC$中，$AC=3,BC=4,\angle C=90°$．P为$\triangle ABC$所在平面内的动点，且$PC=1$，则$\vec{PA}\cdot\vec{PB}$的取值范围是（　）

A. $[-5,3]$　　B. $[-3,5]$

C. $[-6,4]$　　D. $[-4,6]$

填空题

11. 函数$f(x)=\frac{1}{x}+\sqrt{1-x}$的定义域是_____.

12. 已知双曲线$y^2+\frac{x^2}{m}=1$的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，则$m=$_____.

13. 若函数$f(x)=A\sin x-\sqrt{3}\cos x$的一个零点为$\frac{\pi}{3}$，则$A=$_____；$f(\frac{\pi}{12})=$_____.

14. 设函数

$$f(x)=\begin{cases}-ax+1,x<a,\\(x-2)^2,x\ge a.\end{cases}$$

若$f(x)$存在最小值，则a的一个取值为_____；a的最大值为_____.

15. 已知数列$\{a_n\}$各项均为正数，其前n项和S_n满足$a_n\cdot S_n=9(n=1,2,\cdots)$．给出下列四个结论：

①$\{a_n\}$的第2项小于3；

②$\{a_n\}$为等比数列；

③$\{a_n\}$为递减数列；

④$\{a_n\}$中存在小于$\frac{1}{100}$的项．其中所有正确结论的序号是_____.

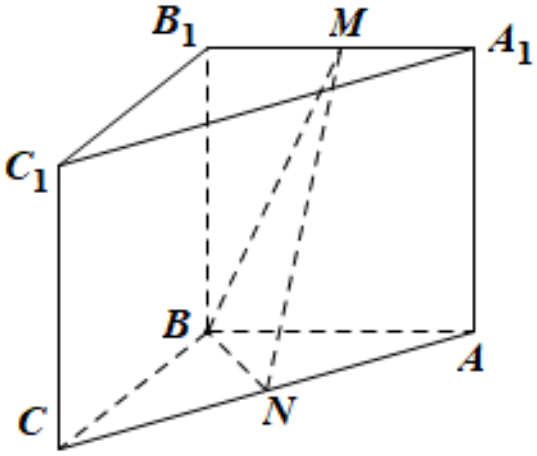
解答题

16. 在$\triangle ABC$中，$\sin 2C=\sqrt{3}\sin C$.

（1）求$\angle C$；

（2）若$b=6$，且$\triangle ABC$的面积为$6\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的周长.

17. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧面BCC_1B_1为正方形，平面$BCC_1B_1\perp$平面ABB_1A_1，$AB=BC=2$，M，N分别为A_1B_1，AC的中点．



（1）求证：MN ∥平面BCC_1B_1；

（2）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线AB与平面BMN所成角的正弦值．条件①：$AB\perp MN$；条件②：$BM=MN$．

18. 在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到$9.50m$以上（含$9.50m$）的同学将获得优秀奖．为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：m）：甲：9.80，9.70，9.55，9.54，9.48，9.42，9.40，9.35，9.30，9.25；乙：9.78，9.56，9.51，9.36，9.32，9.23；丙：9.85，9.65，9.20，9.16．假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立．

（1）估计甲在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的概率；

（2）设X是甲、乙、丙在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的总人数，估计X的数学期望$E(X)$；

（3）在校运动会铅球比赛中，甲、乙、丙谁获得冠军的概率估计值最大？（结论不要求证明）

19. 已知椭圆：$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(0,1)$，焦距为$2\sqrt{3}$．

（1）求椭圆E的方程；

（2）过点$P(-2,1)$作斜率为k的直线与椭圆E交于不同的两点B，C，直线AB，AC分别与x轴交于点M，N，当$|MN|=2$时，求k的值．

20. 已知函数$f(x)=e^x\ln(1+x)$.

（1）求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（2）设$g(x)=f'(x)$，讨论函数$g(x)$在$[0,+\infty)$上的单调性；

（3）证明：对任意的$s,t\in(0,+\infty)$，有$f(s+t)>f(s)+f(t)$.

21. 已知$Q:a_1,a_2,\cdots,a_k$为有穷整数数列．给定正整数 m，若对任意的$n\in\{1,2,\cdots,m\}$，在 Q中存在$a_i,a_{i+1},a_{i+2},\cdots,a_{i+j}(j\geq 0)$，使得$a_i+a_{i+1}+a_{i+2}+\cdots+a_{i+j}=n$，则称 Q为m－连续可表数列.

（1）判断$Q:2,1,4$是否为5－连续可表数列？是否为6－连续可表数列？说明理由；

（2）若$Q:a_1,a_2,\cdots,a_k$为8－连续可表数列，求证：k的最小值为 4；

（3）若$Q:a_1,a_2,\cdots,a_k$为20－连续可表数列，且$a_1+a_2+\cdots+a_k<20$，求证：$k\geq 7$.