2024天津高考数学

单项选择题

1. 集合$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，则$A\cap B=$（　）

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$

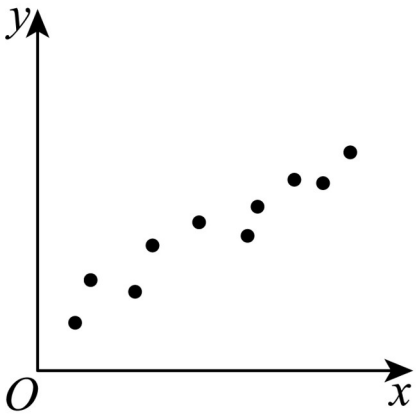
C. $\{2,4\}$　　D. $\{1\}$

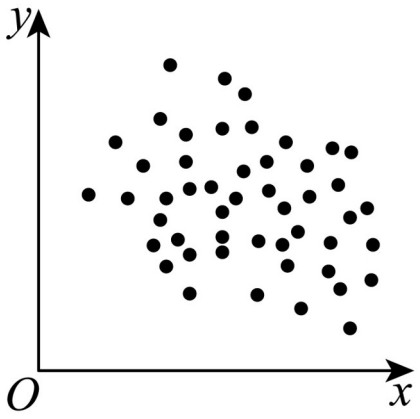
2. 设$a,b\in R$，则“$a^3=b^3$”是“$3^a=3^b$”的（　）

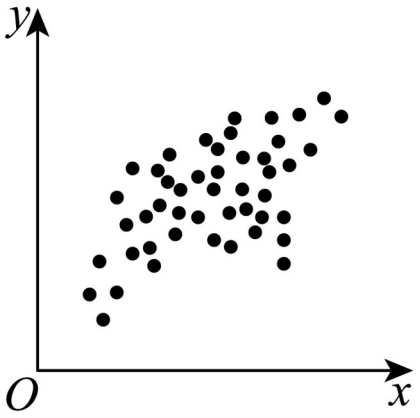
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

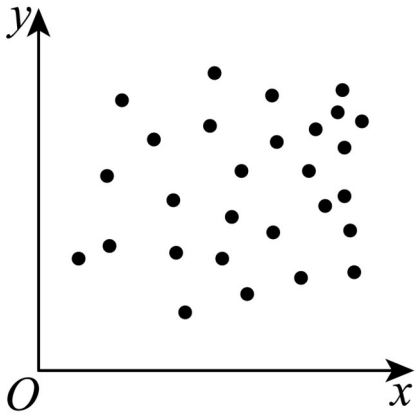
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 下列图中，相关性系数最大的是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

4. 下列函数是偶函数的是（　）

A. $y=\dfrac{e^x-x^2}{x^2+1}$　　B. $y=\dfrac{\cos x+x^2}{x^2+1}$

C. $y=\dfrac{e^x-x}{x+1}$　　D. $y=\dfrac{\sin x+4x}{e^{|x|}}$

5. 若$a=4.2^{-0.3}$，$b=4.2^{0.3}$，$c=\log_{4.2}0.2$，则a，b，c的大小关系为（　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $c>a>b$　　D. $b>c>a$

6. 若m,n为两条不同的直线，α为一个平面，则下列结论中正确的是（　）

A. 若$m\parallel\alpha$，$n\subset\alpha$，则$m\parallel n$

B. 若$m\parallel\alpha,n\parallel\alpha$，则$m\parallel n$

C. 若$m\parallel\alpha,n\perp\alpha$，则$m\perp n$

D. 若$m\parallel\alpha,n\perp\alpha$，则$m$与$n$相交

7. 已知函数$f(x)=\sin 3(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$的最小正周期为$\pi$．则函数在$[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}]$的最小值是（　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$

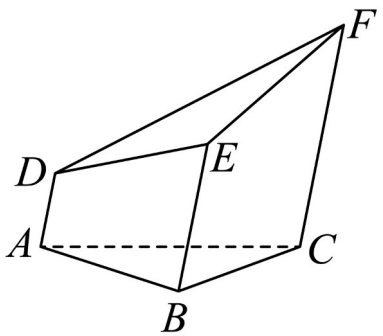
C. 0　　D. $\frac{3}{2}$

8. 双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$.$P$是双曲线右支上一点，且直线$PF_2$的斜率为2．$\triangle PF_1F_2$是面积为8的直角三角形，则双曲线的方程为（　）

A. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$　　B. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$

C. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$　　D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

9. 一个五面体$ABC-DEF$．已知$AD\parallel BE\parallel CF$，且两两之间距离为1．并已知$AD=1$，$BE=2$，$CF=3$．则该五面体的体积为（　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{2}$

填空题

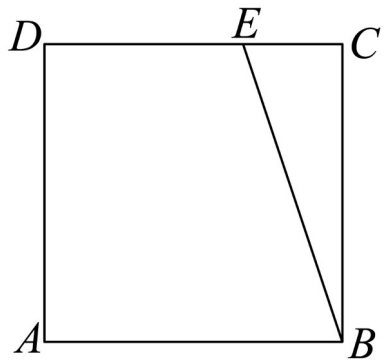
10. 已知i是虚数单位，复数$(\sqrt{5}+i)\cdot(\sqrt{5}-2i)=$_____.

11. 在$\left(\frac{3}{x^3}+\frac{x^3}{3}\right)^6$的展开式中，常数项为_____.

12. $(x-1)^2+y^2=25$的圆心与抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点F重合，A为两曲线的交点，则原点到直线AF的距离为_____.

13. A,B,C,D,E五种活动，甲、乙都要选择三个活动参加.（1）甲选到A的概率为_____；已知乙选了A活动，他再选择B活动的概率为_____.

14. 在边长为1的正方形$ABCD$中，点E为线段CD的三等分点，$CE=\frac{1}{2}DE,\vec{BE}=\lambda\vec{BA}+\mu\vec{BC}$，则$\lambda+\mu=$_____；若$F$为线段$BE$上的动点，$G$为$AF$中点，则$\vec{AF}\cdot\vec{DG}$的最小值为_____.



15. 若函数$f(x)=2\sqrt{x^2-ax}-|ax-2|+1$有唯一零点，则$a$的取值范围为_____.

解答题

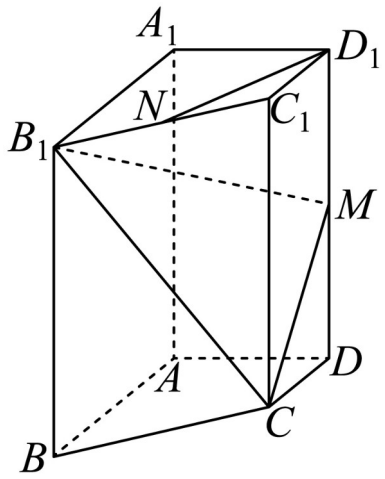
16. 在$\triangle ABC$中，$\cos B=\frac{9}{16}$，$b=5$，$\frac{a}{c}=\frac{2}{3}$.

（1）求a；

（2）求$\sin A$；

（3）求$\cos(B-2A)$.

17. 已知四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为梯形，$AB\parallel CD$，$A_1A\perp$平面$ABCD$，$AD\perp AB$，其中$AB=AA_1=2,AD=DC=1$．N是B_1C_1的中点，M是DD_1的中点．



（1）求证$D_1N\parallel$平面CB_1M；

（2）求平面CB_1M与平面BB_1CC_1的夹角余弦值；

（3）求点B到平面CB_1M的距离．

18. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$椭圆的离心率$e=\frac{1}{2}$．左顶点为$A$，下顶点为$B$，$C$是线段$OB$的中点，其中$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

（1）求椭圆方程．

（2）过点$(0,-\frac{3}{2})$的动直线与椭圆有两个交点P，Q．在y轴上是否存在点T使得$\vec{TP}\cdot\vec{TQ}\le 0$恒成立．若存在求出这个$T$点纵坐标的取值范围，若不存在请说明理由．

19. 已知数列$\{a_n\}$是公比大于0的等比数列．其前n项和为S_n．若$a_1=1,S_2=a_3-1$．

（1）求数列$\{a_n\}$前n项和S_n；

（2）设

$$b_n=\begin{cases}k, n=a_k\\ b_{n-1}+2k, a_k<n<a_{k+1}\end{cases},$$

$b_1=1$，其中k是大于1的正整数．

（ⅰ）当$n=a_{k+1}$时，求证：$b_{n-1}\ge a_k\cdot b_n$；

（ⅱ）求$\sum_{i=1}^{S_n}b_i$．

20. 设函数$f(x)=x\ln x$.

（1）求$f(x)$图象上点$(1,f(1))$处的切线方程；

（2）若$f(x)\geq a(x-\sqrt{x})$在$x\in(0,+\infty)$时恒成立，求a的取值范围；

（3）若$x_1,x_2\in(0,1)$，证明$|f(x_1)-f(x_2)|\leq|x_1-x_2|^{\frac{1}{2}}$.