2023年高考全国1卷数学

单项选择题

1. 已知集合$M=\{-2,-1,0,1,2\}$，$N=\{x\mid x^2-x-6\geq 0\}$，则$M\cap N=$（　）

A. $\{-2,-1,0,1\}$　　B. $\{0,1,2\}$

C. $\{-2\}$　　D. 2

2. 已知$z=\dfrac{1-i}{2+2i}$，则$z-\bar{z}=$（　）

A. $-i$　　B. i

C. 0　　D. 1

3. 已知向量$\vec{a}=(1,1),\vec{b}=(1,-1)$，若$(\vec{a}+\lambda\vec{b})\perp(\vec{a}+\mu\vec{b})$，则（　）

A. $\lambda+\mu=1$　　B. $\lambda+\mu=-1$

C. $\lambda\mu=1$　　D. $\lambda\mu=-1$

4. 设函数$f(x)=2^{x(x-a)}$在区间$(0,1)$上单调递减，则a的取值范围是（　）

A. $(-\infty,-2]$　　B. $[-2,0)$

C. $(0,2]$　　D. $[2,+\infty)$

5. 设椭圆$C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1),C_2:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$的离心率分别为$e_1,e_2$．若$e_2=\sqrt{3}e_1$，则$a=$（　）

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{6}$

6. 过点$(0,-2)$与圆$x^2+y^2-4x-1=0$相切的两条直线的夹角为α，则$\sin\alpha=$（　）

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

C. $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

7. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，设甲：$\{a_n\}$为等差数列；乙：$\{\frac{S_n}{n}\}$为等差数列，则（　）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8. 已知$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3},\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{6}$，则$\cos(2\alpha+2\beta)=$（　）.

A. $\frac{7}{9}$　　B. $\frac{1}{9}$

C. $-\frac{1}{9}$　　D. $-\frac{7}{9}$

多项选择题

9. 有一组样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_6$，其中x_1是最小值，x_6是最大值，则（　）

A. x_2,x_3,x_4,x_5的平均数等于$x_1,x_2,\cdots,x_6$的平均数

B. x_2,x_3,x_4,x_5的中位数等于$x_1,x_2,\cdots,x_6$的中位数

C. x_2,x_3,x_4,x_5的标准差不小于$x_1,x_2,\cdots,x_6$的标准差

D. x_2,x_3,x_4,x_5的极差不大于$x_1,x_2,\cdots,x_6$的极差

10. 噪声污染问题越来越受到重视．用声压级来度量声音的强弱，定义声压级$L_p=20\times lg\frac{p}{p_0}$，其中常数$p_0(p_0>0)$是听觉下限阈值，$p$是实际声压．下表为不同声源的声压级：

声源	与声源的距离/m	声压级/dB
燃油汽车	10	60～90
混合动力汽车	10	50～60
电动汽车	10	40

已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车$10m$处测得实际声压分别为p_1,p_2,p_3，则（　）.

A. $p_1 \geq p_2$

B. $p_2 > 10p_3$

C. $p_3 = 100p_0$

D. $p_1 \leq 100p_2$

11. 已知函数$f(x)$的定义域为R，$f(xy)=y^2f(x)+x^2f(y)$，则（　）.

A. $f(0)=0$

B. $f(1)=0$

C. $f(x)$是偶函数

D. $x=0$为$f(x)$的极小值点

12. 下列物体中，能够被整体放入棱长为1（单位：m）的正方体容器（容器壁厚度忽略不计）内的有（　）

A. 直径为$0.99m$的球体

B. 所有棱长均为$1.4m$的四面体

C. 底面直径为$0.01m$，高为$1.8m$的圆柱体

D. 底面直径为$1.2m$，高为$0.01m$的圆柱体

填空题

13. 某学校开设了4门体育类选修课和4门艺术类选修课，学生需从这8门课中选修2门或3门课，并且每类选修课至少选修1门，则不同的选课方案共有_____种（用数字作答）.

14. 在正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2,A_1B_1=1,AA_1=\sqrt{2}$，则该棱台的体积为_____.

15. 已知函数$f(x)=\cos\omega x-1(\omega>0)$在区间$[0,2\pi]$有且仅有3个零点，则$\omega$的取值范围是_____.

16. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$. 点$A$在$C$上，点$B$在$y$轴上，$\vec{F_1A}\perp\vec{F_1B},\vec{F_2A}=-\frac{2}{3}\vec{F_2B}$，则$C$的离心率为_____.

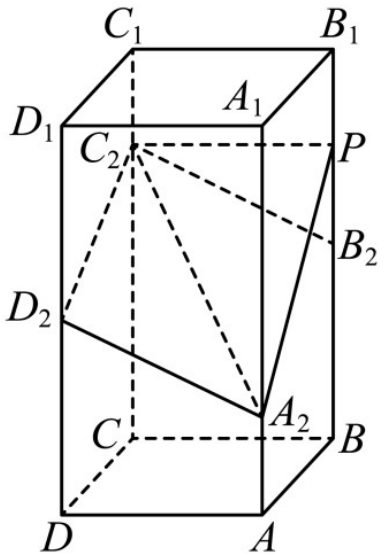
解答题

17. 已知在$\triangle ABC$中，$A+B=3C,2\sin(A-C)=\sin B$.

（1）求$\sin A$；

（2）设$AB=5$，求AB边上的高.

18. 如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2,AA_1=4$. 点A_2,B_2,C_2,D_2分别在棱AA_1,BB_1,CC_1,DD_1上，$AA_2=1,BB_2=DD_2=2,CC_2=3$.



（1）证明：$B_2C_2 /\!/ A_2D_2$；

（2）点P在棱BB_1上，当二面角$P-A_2C_2-D_2$为$150°$时，求B_2P.

19. 已知函数$f(x)=a(e^x+a)-x$.

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）证明：当$a>0$时，$f(x)>2\ln a+\frac{3}{2}$.

20. 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，且$d>1$. 令$b_n=\frac{n^2+n}{a_n}$，记S_n,T_n分别为数列$\{a_n\},\{b_n\}$的前n项和.

（1）若$3a_2=3a_1+a_3,S_3+T_3=21$，求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$\{b_n\}$为等差数列，且$S_{99}-T_{99}=99$，求d.

21. 甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，规则如下：若命中则此人继续投篮，若未命中则换为对方投篮．无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为0.6，乙每次投篮的命中率均为0.8．由抽签确定第1次投篮的人选，第1次投篮的人是甲、乙的概率各为0.5.

（1）求第2次投篮的人是乙的概率；

（2）求第i次投篮的人是甲的概率；

（3）已知：若随机变量X_i服从两点分布，且$P(X_i=1)=1-P(X_i=0)=q_i,i=1,2,\cdots,n$，则$E(\sum_{i=1}^{n}X_i)=\sum_{i=1}^{n}q_i$．记前$n$次（即从第1次到第$n$次投篮）中甲投篮的次数为$Y$，求$E(Y)$.

22. 在直角坐标系xOy中，点P到x轴的距离等于点P到点$(0,\frac{1}{2})$的距离，记动点P的轨迹为W.

（1）求W的方程；

（2）已知矩形$ABCD$有三个顶点在W上，证明：矩形$ABCD$的周长大于$3\sqrt{3}$.