2025天津高考数学

一、选择题

1. 已知集合$U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,$B=\{2,3,5\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$（　）

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$

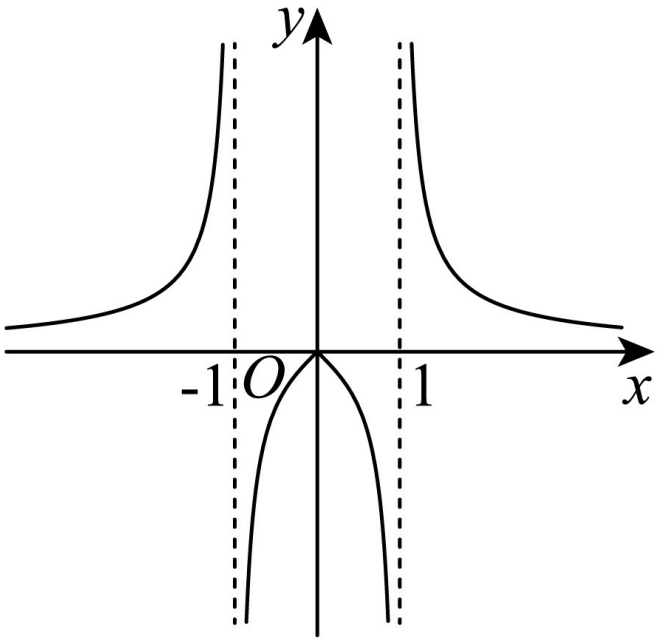
C. $\{2,4\}$　　D. $\{4\}$

2. 设$x\in\mathbf{R}$，则“$x=0$”是“$\sin 2x=0$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知函数$y=f(x)$的图象如下，则$f(x)$的解析式可能为（　）



A. $f(x)=\dfrac{x}{1-|x|}$　　B. $f(x)=\dfrac{x}{|x|-1}$

C. $f(x)=\dfrac{|x|}{1-x^2}$　　D. $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-1}$

4. 若 m 为直线，α,β 为两个平面，则下列结论中正确的是（　）

A. 若 $m \parallel \alpha, n \subset \alpha$，则 $m \parallel n$

B. 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$，则 $\alpha \perp \beta$

C. 若 $m \parallel \alpha, m \perp \beta$，则 $\alpha \perp \beta$

D. 若 $m \subset \alpha, \alpha \perp \beta$，则 $m \perp \beta$

5. 下列说法中错误的是（　）

A. 若 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(X \leqslant \mu-\sigma)=P(X \geqslant \mu+\sigma)$

B. 若 $X \sim N(1,2^2)$，$Y \sim N(2,2^2)$，则 $P(X<1)<P(Y<2)$

C. $|r|$ 越接近 1，相关性越强

D. $|r|$ 越接近 0，相关性越弱

6. $S_n=-n^2+8n$，则数列 $\{|a_n|\}$ 的前 12 项和为（　）

A. 112　　B. 48　　C. 80　　D. 64

7. 函数 $f(x)=0.3^x-\sqrt{x}$ 的零点所在区间是（　）

A. $(0,0.3)$　　B. $(0.3,0.5)$

C. $(0.5,1)$　　D. $(1,2)$

8. $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,-\pi<\varphi<\pi)$，在 $[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}]$ 上单调递增，且 $x=\frac{\pi}{12}$ 为它的一条对称轴，$(\frac{\pi}{3},0)$ 是它的一个对称中心，当 $x \in [0,\frac{\pi}{2}]$ 时，$f(x)$ 的最小值为（　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 1　　D. 0

9. 双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，以右焦点$F_2$为焦点的抛物线$y^2=2px(p>0)$与双曲线交于第一象限的点$P$，若$|PF_1|+|PF_2|=3|F_1F_2|$，则双曲线的离心率$e=$（　）

A. 2　　B. 5

C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

二、填空题：本大题共6个小题，每小题5分，共30分.

10. 已知i是虚数单位，则$|\frac{3+i}{i}|=$_____.

11. 在$(x-1)^6$的展开式中，x^3项的系数为_____.

12. $l_1:x-y+6=0$，与x轴交于点A，与y轴交于点B，与$(x+1)^2+(y-3)^2=r^2$交于C、D两点，$|AB|=3|CD|$，则$r=$_____.

13. 小桐操场跑圈，一周2次，一次5圈或6圈.第一次跑5圈或6圈的概率均为0．5，若第一次跑5圈，则第二次跑5圈的概率为0．4，6圈的概率为0．6；若第一次跑6圈，则第二次跑5圈的概率为0．6，6圈的概率为0．4．小桐一周跑11圈的概率为_____；若一周至少跑11圈为动量达标，则连续跑4周，记合格周数为X，则期望$E(x)=$_____

14. $\triangle ABC$中，D为AB边中点，$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD},\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AE}=$_____（用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示），若$|\overrightarrow{AE}|=5$，$AE\perp CB$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CD}=$_____

15. 若$a,b\in\mathrm{R}$，对$\forall x\in[-2,2]$，均有$(2a+b)x^2+bx-a-1\leqslant 0$恒成立，则$2a+b$的最小值为_____

三、解答题：本大题共5小题，共75分

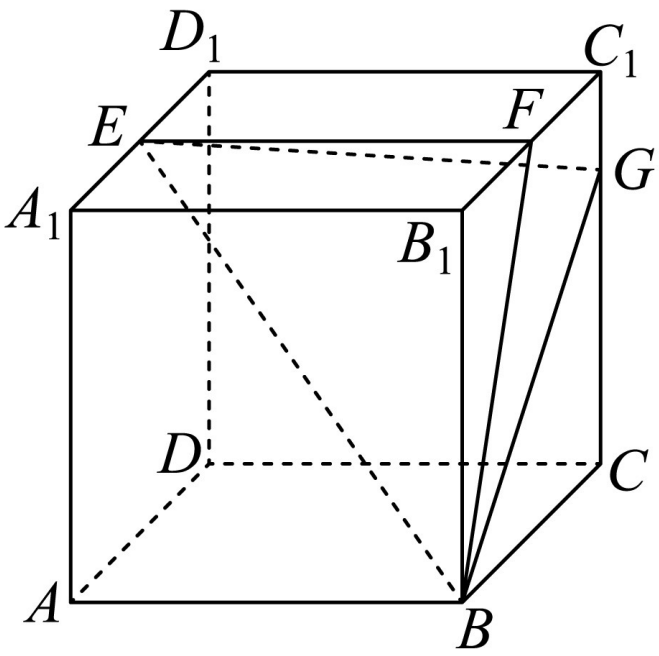
16. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c．已知$a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$，$c-2b=1$，$a=\sqrt{7}$.

（1） 求A的值；

（2） 求c的值；

（3） 求$\sin(A+2B)$的值.

17. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为4，E、F分别为A_1D_1,C_1B_1中点，$CG=3GC_1$.



（1） 求证：$GF\perp$平面FBE；

（2） 求平面FBE与平面EBG夹角的余弦值；

（3） 求三棱锥$D-FBE$的体积.

18. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F$，右顶点为$A$，$P$为$x=a$上一点，且直线$PF$的斜率为$\frac{1}{3}$，$\triangle PFA$的面积为$\frac{3}{2}$，离心率为$\frac{1}{2}$.

（1） 求椭圆的方程；

（2） 过点P的直线与椭圆有唯一交点B（异于点A），求证：PF平分$\angle AFB$.

19. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，$a_1=b_1=2,a_2=b_2+1,a_3=b_3$.

（1） 求$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2） $\forall n\in\mathrm{N}^*$，$I\in\{0,1\}$，有

$T_n=\{p_1a_1b_1+p_2a_2b_2+\ldots+p_{n-1}a_{n-1}b_{n-1}+p_na_nb_n\mid p_1,p_2,\ldots,p_{n-1},p_n\in I\}$，

（i） 求证：对任意实数$t\in T_n$，均有$t<a_{n+1}b_{n+1}$；

（ii） 求T_n所有元素之和.

20. 已知函数$f(x)=ax-(\ln x)^2$

（1） $a=1$时，求$f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（2） $f(x)$有3个零点，x_1,x_2,x_3且$(x_1<x_2<x_3)$.

（i） 求 a 的取值范围；

（ii） 证明 $(\ln x_2-\ln x_1)\cdot \ln x_3<\dfrac{4\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}$.