2023年高考全国甲卷数学文科

单项选择题

1. 设全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合$M=\{1,4\},N=\{2,5\}$，则$N\cup\complement_U M=$（　）

A. $\{2,3,5\}$　　B. $\{1,3,4\}$

C. $\{1,2,4,5\}$　　D. $\{2,3,4,5\}$

2. $\dfrac{5(1+i^3)}{(2+i)(2-i)}=$（　）

A. -1　　B. 1

C. $1-i$　　D. $1+i$

3. 已知向量$\vec{a}=(3,1),\vec{b}=(2,2)$，则$\cos\langle\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b}\rangle=$（　）

A. $\dfrac{1}{17}$　　B. $\dfrac{\sqrt{17}}{17}$

C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

4. 某校文艺部有4名学生，其中高一、高二年级各2名．从这4名学生中随机选2名组织校文艺汇演，则这2名学生来自不同年级的概率为（　）

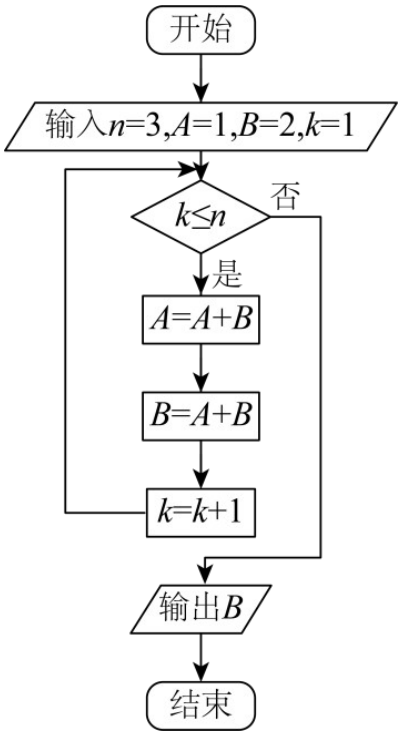
A. $\dfrac{1}{6}$　　B. $\dfrac{1}{3}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

5. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．若$a_2+a_6=10,a_4a_8=45$，
则$S_5=$（　）

A. 25　　B. 22　　C. 20　　D. 15

6. 执行下边的程序框图，则输出的$B=$（　）



A. 21　　B. 34　　C. 55　　D. 89

7. 设F_1,F_2为椭圆$C:\frac{x^2}{5}+y^2=1$的两个焦点，点P在C上，若$\vec{PF_1}\cdot\vec{PF_2}=0$，则$|PF_1|\cdot|PF_2|=$（　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 5

8. 曲线$y=\frac{e^x}{x+1}$在点$(1,\frac{e}{2})$处的切线方程为（　）

A. $y=\frac{e}{4}x$　　B. $y=\frac{e}{2}x$

C. $y=\frac{e}{4}x+\frac{e}{4}$　　D. $y=\frac{e}{2}x+\frac{3e}{4}$

9. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，其中一条渐近线与圆$(x-2)^2+(y-3)^2=1$交于$A$，$B$两点，则$|AB|=$（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

10. 在三棱锥$P-ABC$中，$\triangle ABC$是边长为2的等边三角形，$PA=PB=2,PC=\sqrt{6}$，则该棱锥的体积为（　）

A. 1　　B. $\sqrt{3}$

C. 2　　D. 3

11. 已知函数$f(x)=e^{-(x-1)^2}$．记$a=f(\frac{\sqrt{2}}{2}),b=f(\frac{\sqrt{3}}{2}),c=f(\frac{\sqrt{6}}{2})$，则（　）

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$

C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

12. 函数$y=f(x)$的图象由$y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度得到，则$y=f(x)$的图象与直线$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$的交点个数为（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

填空题

13. 记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和．若$8S_6=7S_3$，则$\{a_n\}$的公比为_____.

14. 若$f(x)=(x-1)^2+ax+\sin(x+\frac{\pi}{2})$为偶函数，则$a=$_____.

15. 若x，y满足约束条件

$$\begin{cases}3x-2y\le 3,\\-2x+3y\le 3,\\x+y\ge 1,\end{cases}$$

则$z=3x+2y$的最大值为_____.

16. 在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=4,O$为AC_1的中点，若该正方体的棱与球O的球面有公共点，则球O的半径的取值范围是_____.

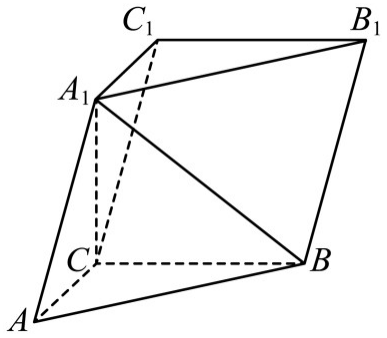
解答题

17. 记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$\frac{b^2+c^2-a^2}{\cos A}=2$.

（1）求bc；

（2）若$\frac{a\cos B-b\cos A}{a\cos B+b\cos A}-\frac{b}{c}=1$，求$\triangle ABC$面积.

18. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$A_1C\perp$平面$ABC,\angle ACB=90°$.



（1）证明：平面$ACC_1A_1\perp$平面BB_1C_1C；

（2）设$AB=A_1B,AA_1=2$，求四棱锥$A_1-BB_1C_1C$的高.

19. 一项试验旨在研究臭氧效应，试验方案如下：选40只小白鼠，随机地将其中20只分配到试验组，另外20只分配到对照组，试验组的小白鼠饲养在高浓度臭氧环境，对照组的小白鼠饲养在正常环境，一段时间后统计每只小白鼠体重的增加量（单位：g）．试验结果如下：对照组的小白鼠体重的增加量从小到大排序为15.2　18.8　20.2　21.3　22.5　23.2　25.8　26.5　27.5　30.1

32.6　34.3　34.8　35.6　35.6　35.8　36.2　37.3　40.5　43.2试验组的小白鼠体重的增加量从小到大排序为7.8　9.2　11.4　12.4　13.2　15.5　16.5　18.0　18.8　19.2

19.8　20.2　21.6　22.8　23.6　23.9　25.1　28.2　32.3　36.5

（1）计算试验组的样本平均数；

（2）

（ⅰ）求40只小白鼠体重的增加量的中位数m，再分别统计两样本中小于m与不小于m的数据的个数，完成如下列联表

	$<m$	$\geq m$
对照组		
试验组		

（ⅱ）根据（i）中的列联表，能否有95%的把握认为小白鼠在高浓度臭氧环境中与在正常环境中体重的增加量有差异？附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geq k)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

20. 已知函数$f(x)=ax-\frac{\sin x}{\cos^2 x}, x\in(0,\frac{\pi}{2})$.

（1）当$a=1$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)+\sin x<0$，求a的取值范围.

21. 已知直线$x-2y+1=0$与抛物线$C:y^2=2px(p>0)$交于A,B两点，$|AB|=4\sqrt{15}$.

（1）求p；

（2）设F为C的焦点，M,N为C上两点，且$\vec{FM}\cdot\vec{FN}=0$，求$\triangle MFN$面积的最小值.

坐标系与参数方程

22. 已知点$P(2,1)$，直线

$$l:\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha\end{cases}$$

（t为参数），α为l的倾斜角，l与x轴正半轴、y轴正半轴分别交于A,B，且$|PA|\cdot|PB|=4$.

（1）求α；

（2）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求l的极坐标方程.

不等式选讲

23. 已知$f(x)=2|x-a|-a, a>0$.

（1）求不等式$f(x)<x$的解集；

（2）若曲线$y=f(x)$与x轴所围成的图形的面积为2，求a.