2024上海高考数学（回忆版）

填空题

1. 设全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合$A=\{2,4\}$，则$\bar{A}=$_____.

2. 已知

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, x>0\\ 1, x\le 0\end{cases},$$

则$f(3)=$_____.

3. 已知$x\in R$,则不等式$x^2-2x-3<0$的解集为_____.

4. 已知$f(x)=x^3+a$，$x\in R$，且$f(x)$是奇函数，则$a=$_____.

5. 已知$k\in R,\vec{a}=(2,5),\vec{b}=(6,k)$，且$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$k$的值为_____.

6. 在$(x+1)^n$的二项展开式中，若各项系数和为32，则x^2项的系数为_____.

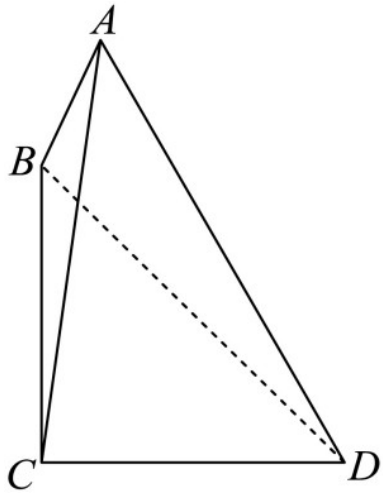
7. 已知抛物线$y^2=4x$上有一点P到准线的距离为9，那么点P到x轴的距离为_____.

8. 某校举办科学竞技比赛，有A、B、C3种题库，A题库有5000道题，B题库有4000道题，C题库有3000道题．小申已完成所有题，他A题库的正确率是0.92，B题库的正确率是0.86，C题库的正确率是0.72．现他从所有的题中随机选一题，正确率是_____.

9. 已知虚数z，其实部为1，且$z+\frac{2}{z}=m(m\in R)$，则实数m为_____.

10. 设集合A中的元素皆为无重复数字的三位正整数，且元素中任意两者之积皆为偶数，求集合中元素个数的最大值_____.

11. 已知点B在点C正北方向，点D在点C的正东方向，$BC=CD$,存在点A满足$\angle BAC=16.5°,\angle DAC=37°$，则$\angle BCA=$_____(精确到0.1度)



12. 无穷等比数列$\{a_n\}$满足首项$a_1>0,q>1$，记$I_n=\{x-y|x,y\in[a_1,a_2]\cup[a_n,a_{n+1}]\}$，若对任意正整数$n$集合$I_n$是闭区间，则$q$的取值范围是_____.

选择题

13. 已知气候温度和海水表层温度相关，且相关系数为正数，对此描述正确的是（　）

A. 气候温度高，海水表层温度就高

B. 气候温度高，海水表层温度就低

C. 随着气候温度由低到高，海水表层温度呈上升趋势

D. 随着气候温度由低到高，海水表层温度呈下降趋势

14. 下列函数$f(x)$的最小正周期是2π的是（　）

A. $\sin x+\cos x$

B. $\sin x\cos x$

C. $\sin^2 x+\cos^2 x$

D. $\sin^2 x-\cos^2 x$

15. 定义一个集合Ω，集合中的元素是空间内的点集，任取$P_1,P_2,P_3\in\Omega$，存在不全为0的实数$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$，使得$\lambda_1\overrightarrow{OP}_1+\lambda_2\overrightarrow{OP}_2+\lambda_3\overrightarrow{OP}_3=\vec{0}$．已知$(1,0,0)\in\Omega$，则$(0,0,1)\notin\Omega$的充分条件是（　）

A. $(0,0,0)\in\Omega$

B. $(-1,0,0)\in\Omega$

C. $(0,1,0)\in\Omega$

D. $(0,0,-1)\in\Omega$

16. 已知函数$f(x)$的定义域为R，定义集合$M=\{x_0\mid x_0\in R,x\in(-\infty,x_0),f(x)<f(x_0)\}$，在使得$M=[-1,1]$的所有$f(x)$中，下列成立的是（　）

A. 存在$f(x)$是偶函数

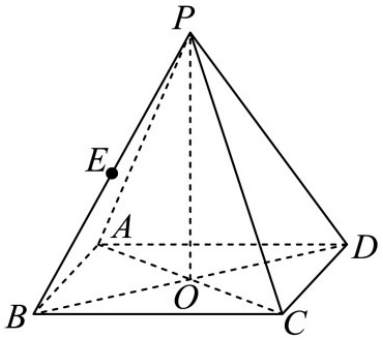
B. 存在$f(x)$在$x=2$处取最大值

C. 存在$f(x)$是严格增函数

D. 存在$f(x)$在$x=-1$处取到极小值

解答题

17. 如图为正四棱锥$P-ABCD$,O为底面$ABCD$的中心.



（1）若$AP=5$,$AD=3\sqrt{2}$，求$\triangle POA$绕PO旋转一周形成的几何体的体积；

（2）若$AP=AD$,E为PB的中点，求直线BD与平面AEC所成角的大小.

18. 若$f(x)=\log_a x(a>0,a\neq 1)$.

（1）$y=f(x)$过$(4,2)$，求$f(2x-2)<f(x)$的解集；

（2）存在x使得$f(x+1)$、$f(ax)$、$f(x+2)$成等差数列，求a的取值范围.

19. 为了解某地初中学生体育锻炼时长与学业成绩的关系，从该地区29000名学生中抽取580人，得到日均体育锻炼时长与学业成绩的数据如下表所示：

时间范围学业成绩	$[0,0.5)$	$[0.5,1)$	$[1,1.5)$	$[1.5,2)$	$[2,2.5)$
优秀	5	44	42	3	1
不优秀	134	147	137	40	27

（1）该地区29000名学生中体育锻炼时长不少于1小时人数约为多少？

（2）估计该地区初中学生日均体育锻炼的时长（精确到0.1）

（3）是否有95%的把握认为学业成绩优秀与日均体育锻炼时长不小于1小时且小于2小时有关？（附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中$n=a+b+c+d$，$P(\chi^2\geq 3.841)\approx 0.05$．）

20. 已知双曲线$\Gamma:x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1,(b>0)$,左右顶点分别为$A_1,A_2$，过点$M(-2,0)$的直线$l$交双曲线$\Gamma$于$P,Q$两点.

（1）若离心率$e=2$时，求b的值.

（2）若$b=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$,$\triangle MA_2P$为等腰三角形时，且点P在第一象限，求点P的坐标.

（3）连接OQ并延长，交双曲线Γ于点R，若$\overrightarrow{A_1R}\cdot\overrightarrow{A_2P}=1$，求$b$的取值范围.

21. 对于一个函数$f(x)$和一个点$M(a,b)$，令$s(x)=(x-a)^2+(f(x)-b)^2$，若$P(x_0,f(x_0))$是$s(x)$取到最小值的点，则称P是M在$f(x)$的“最近点”.

（1）对于$f(x)=\frac{1}{x}(x>0)$，求证：对于点$M(0,0)$，存在点P，使得点P是M在$f(x)$的“最近点”；

（2）对于$f(x)=e^x, M(1,0)$，请判断是否存在一个点P，它是M在$f(x)$的“最近点”，且直线MP与$y=f(x)$在点P处的切线垂直；

（3）已知$y=f(x)$在定义域R上存在导函数$f'(x)$，且函数 $g(x)$ 在定义域R上恒正，设点$M_1(t-1,f(t)-g(t))$，$M_2(t+1,f(t)+g(t))$. 若对任意的$t\in R$，存在点P同时是M_1,M_2在$f(x)$的“最近点”，试判断$f(x)$的单调性.