2024年高考全国2卷数学

单项选择题

1. 已知$z=-1-i$，则$|z|=$（　）

A. 0　　B. 1

C. $\sqrt{2}$　　D. 2

2. 已知命题p：$\forall x\in R$，$|x+1|>1$；命题q：$\exists x>0$，$x^3=x$，则（　）

A. p和q都是真命题

B. $\neg p$和q都是真命题

C. p和$\neg q$都是真命题

D. $\neg p$和$\neg q$都是真命题

3. 已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，且$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，则$|\vec{b}|=$（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

4. 某农业研究部门在面积相等的100块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量（单位：kg）并部分整理下表

亩产量	[900，950）	[950，1000）	[1000，1050）	[1100，1150）	[1150，1200）
频数	6	12	18	24	10

据表中数据，结论中正确的是（　）

A. 100块稻田亩产量的中位数小于$1050kg$

B. 100块稻田中亩产量低于$1100kg$的稻田所占比例超过80%

C. 100块稻田亩产量的极差介于$200kg$至$300kg$之间

D. 100块稻田亩产量的平均值介于$900kg$至$1000kg$之间

5. 已知曲线 C：$x^2+y^2=16$（$y>0$），从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线段 PP'，P' 为垂足，则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为（　）

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$（$y>0$）

B. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$（$y>0$）

C. $\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1$（$y>0$）

D. $\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{8}=1$（$y>0$）

6. 设函数 $f(x)=a(x+1)^2-1$，$g(x)=\cos x+2ax$，当 $x\in(-1,1)$ 时，曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 恰有一个交点，

则 $a=$（　）

A. -1

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

7. 已知正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{52}{3}$，$AB=6$，$A_1B_1=2$，则 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为（　）

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D. 3

8. 设函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+b)$，若 $f(x)\geq 0$，则 a^2+b^2 的最小值为（　）

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

多项选择题

9. 对于函数$f(x)=\sin 2x$和$g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$，下列正确的有（　）

A. $f(x)$与$g(x)$有相同零点

B. $f(x)$与$g(x)$有相同最大值

C. $f(x)$与$g(x)$有相同的最小正周期

D. $f(x)$与$g(x)$的图像有相同的对称轴

10. 抛物线C：$y^2=4x$的准线为l，P为C上的动点，过P作$\odot A:x^2+(y-4)^2=1$的一条切线，Q为切点，过P作l的垂线，垂足为B，则（　）

A. l与$\odot A$相切

B. 当P，A，B三点共线时，$|PQ|=\sqrt{15}$

C. 当$|PB|=2$时，$PA\perp AB$

D. 满足$|PA|=|PB|$的点P有且仅有2个

11. 设函数$f(x)=2x^3-3ax^2+1$，则（　）

A. 当$a>1$时，$f(x)$有三个零点

B. 当$a<0$时，$x=0$是$f(x)$的极大值点

C. 存在a，b，使得$x=b$为曲线$y=f(x)$的对称轴

D. 存在a，使得点$(1,f(1))$为曲线$y=f(x)$的对称中心

填空题

12. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_3+a_4=7$，$3a_2+a_5=5$，则$S_{10}=$_____.

13. 已知α为第一象限角，β为第三象限角，$\tan\alpha+\tan\beta=4$，$\tan\alpha\tan\beta=\sqrt{2}+1$，则$\sin(\alpha+\beta)=$_____.

14. 在如图的4×4方格表中选4个方格，要求每行和每列均恰有一个方格被选中，则共有_____种选法，在所有符合上述要求的选法中，选中方格中的4个数之和的最大值是_____.

11	21	31	40
12	22	33	42
13	22	33	43
15	24	34	44

解答题

15. 记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\sin A+\sqrt{3}\cos A=2$.

（1）求A.

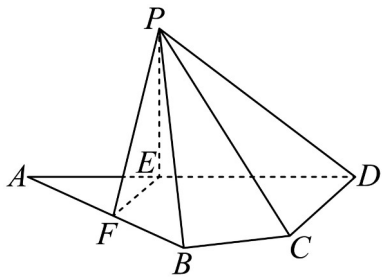
（2）若$a=2$，$\sqrt{2}b\sin C=c\sin 2B$，求$\triangle ABC$的周长.

16. 已知函数$f(x)=e^x-ax-a^3$.

（1）当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（2）若$f(x)$有极小值，且极小值小于0，求a的取值范围.

17. 如图，平面四边形$ABCD$中，$AB=8$，$CD=3$，$AD=5\sqrt{3}$，$\angle ADC=90^\circ$，$\angle BAD=30^\circ$，点E，F满足$\vec{AE}=\frac{2}{5}\vec{AD}$，$\vec{AF}=\frac{1}{2}\vec{AB}$，将$\triangle AEF$沿$EF$对折至$\triangle PEF$，使得$PC=4\sqrt{3}$.



（1）证明：$EF\perp PD$；

（2）求面PCD与面PBF所成的二面角的正弦值.

18. 某投篮比赛分为两个阶段，每个参赛队由两名队员组成，比赛具体规则如下：第一阶段由参赛队中一名队员投篮3次，若3次都未投中，则该队被淘汰，比赛成员为0分；若至少投中一次，则该队进入第二阶段，由该队的另一名队员投篮3次，每次投中得5分，未投中得0分.该队的比赛成绩为第二阶段的得分总和．某参赛队由甲、乙两名队员组成，设甲每次投中的概率为p，乙每次投中的概率为q，各次投中与否相互独立.

（1）若$p=0.4$，$q=0.5$，甲参加第一阶段比赛，求甲、乙所在队的比赛成绩不少于5分的概率.

（2）假设$0<p<q$，

（i）为使得甲、乙所在队的比赛成绩为15分的概率最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

（ii）为使得甲、乙，所在队的比赛成绩的数学期望最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

19. 已知双曲线$C:x^2-y^2=m(m>0)$，点$P_1(5,4)$在C上，k为常数，$0<k<1$．按照如下方式依次构造点$P_n(n=2,3,...)$，过P_{n-1}作斜率为k的直线与C的左支交于点Q_{n-1}，令P_n为Q_{n-1}关于y轴的对称点，记P_n的坐标为(x_n,y_n).

（1）若$k=\frac{1}{2}$，求x_2,y_2；

（2）证明：数列$\{x_n-y_n\}$是公比为$\frac{1+k}{1-k}$的等比数列；

（3）设S_n为$\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}$的面积，证明：对任意的正整数$n$，$S_n=S_{n+1}$.