# 2020天津高考数学

## 选择题

**单项选择题**

1. 设全集$U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，集合$A=\{-1,0,1,2\},B=\{-3,0,2,3\}$，则$A\cap(\complement_U B)=$（　）

A. $\{-3,3\}$

B. $\{0,2\}$

C. $\{-1,1\}$

D. $\{-3,-2,-1,1,3\}$

**单项选择题**

2. 设$a\in R$，则“$a>1$”是“$a^2>a$”的（　）

A. 充分不必要条件

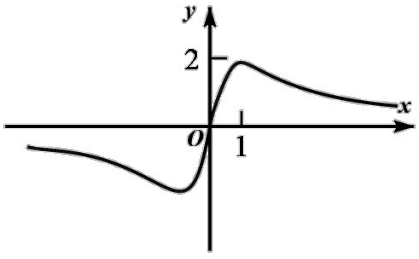
B. 必要不充分条件

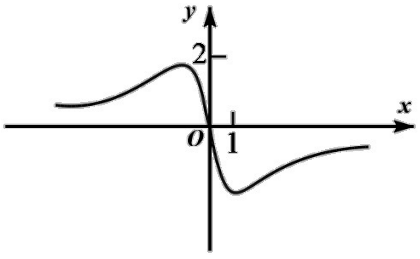
C. 充要条件

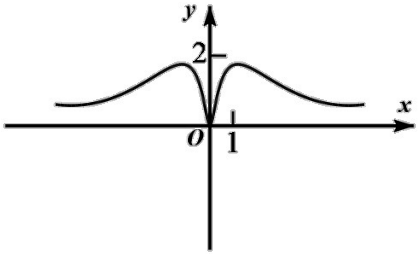
D. 既不充分也不必要条件

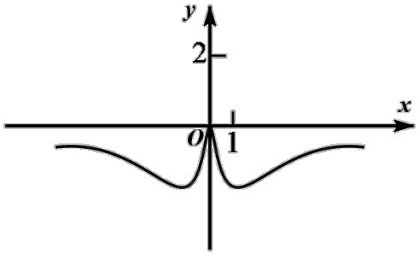
**单项选择题**

3. 函数$y=\dfrac{4x}{x^2+1}$的图象大致为（　）

A. 

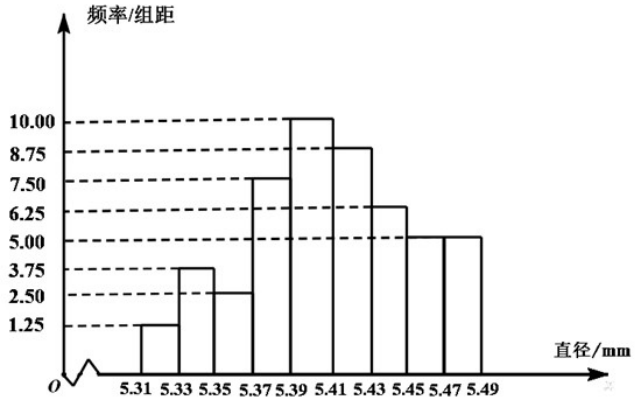

B. 


C. 


D. 

**单项选择题**

4. 从一批零件中抽取80个，测量其直径（单位：$mm$），将所得数据分为9组：$[5.31,5.33),[5.33,5.35),\cdots,[5.45,5.47],[5.47,5.49]$，并整理得到如下频率分布直方图，则在被抽取的零件中，直径落在区间$[5.43,5.47)$内的个数为（　）




A. 10　　B. 18　　C. 20　　D. 36

**单项选择题**

5. 若棱长为$2\sqrt{3}$的正方体的顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（　）

A. $12\pi$　　B. $24\pi$

C. $36\pi$　　D. $144\pi$

**单项选择题**

6. 设$a=3^{0.7},b=(\frac{1}{3})^{-0.8},c=\log_{0.7}0.8$，则$a,b,c$的大小关系为（　）

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$

C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

**单项选择题**

7. 设双曲线$C$的方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过抛物线$y^2=4x$的焦点和点$(0,b)$的直线为$l$．若$C$的一条渐近线与$l$平行，另一条渐近线与$l$垂直，
则双曲线$C$的方程为（　）

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$

B. $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-y^2=1$

D. $x^2-y^2=1$

**单项选择题**

8. 已知函数$f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{3})$．给出下列结论：

①$f(x)$的最小正周期为$2\pi$；

②$f(\frac{\pi}{2})$是$f(x)$的最大值；

③把函数$y=\sin x$的图象上所有点向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，可得到函数$y=f(x)$的图象．

其中所有正确结论的序号是（　）

A. ①　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

**单项选择题**

9. 已知函数

$$f(x)=\begin{cases}x^3, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0.\end{cases}$$

若函数$g(x)=f(x)-|kx^2-2x|(k\in R)$恰有4个零点，则$k$的取值范围是（　）

A. $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(2\sqrt{2},+\infty)$

B. $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(0,2\sqrt{2})$

C. $(-\infty,0)\cup(0,2\sqrt{2})$

D. $(-\infty,0)\cup(2\sqrt{2},+\infty)$

**填空题**

10. $i$是虚数单位，复数$\dfrac{8-i}{2+i}=$_____.

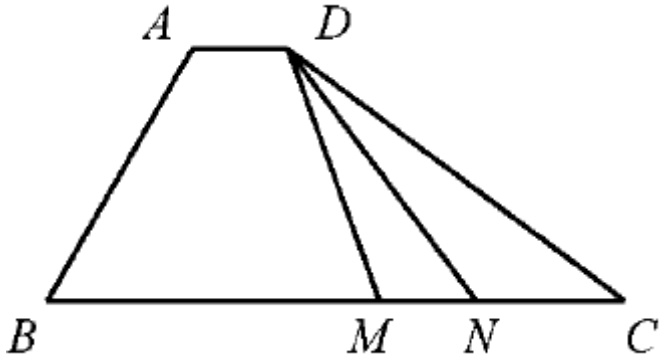
11. 在$\left(x+\dfrac{2}{x^2}\right)^5$的展开式中，$x^2$的系数是_____.

12. 已知直线$x-\sqrt{3}y+8=0$和圆$x^2+y^2=r^2(r>0)$相交于$A,B$两点．若$|AB|=6$，则$r$的值为_____.

13. 已知甲、乙两球落入盒子的概率分别为$\dfrac{1}{2}$和$\dfrac{1}{3}$．假定两球是否落入盒子互不影响，则甲、乙两球都落入盒子的概率为_____；甲、乙两球至少有一个落入盒子的概率为_____.

14. 已知$a>0,b>0$，且$ab=1$，则$\dfrac{1}{2a}+\dfrac{1}{2b}+\dfrac{8}{a+b}$的最小值为_____.

15. 如图，在四边形$ABCD$中，$\angle B=60^\circ,AB=3$，$BC=6$，且$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{3}{2}$，则实数$\lambda$的值为_____，若$M,N$是线段$BC$上的动点，且$|\overrightarrow{MN}|=1$，则$\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}$的最小值为_____.



**解答题**

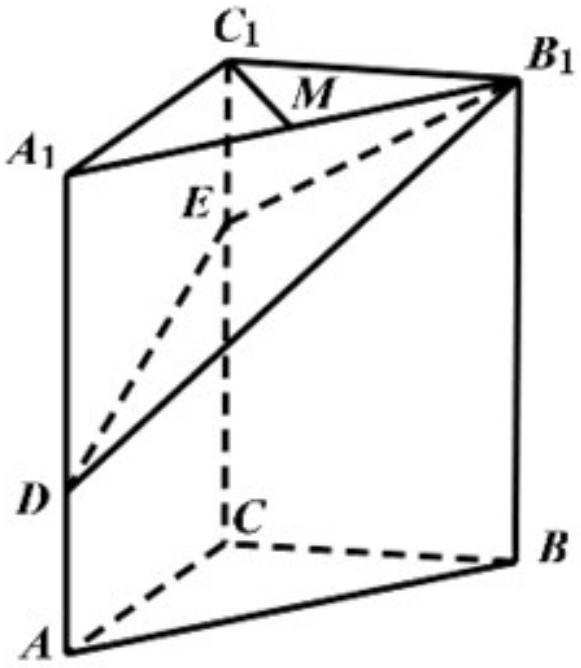
16. 在$\triangle ABC$中，角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$．已知$a=2\sqrt{2},b=5,c=\sqrt{13}$.

（1） 求角$C$的大小；

（2） 求$\sin A$的值；

（3） 求$\sin(2A+\frac{\pi}{4})$的值.

17. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$平面$ABC,AC\perp BC,AC=BC=2$，$CC_1=3$，点$D,E$分别在棱$AA_1$和棱$CC_1$上，且$AD=1CE=2,M$为棱$A_1B_1$的中点.




（1） 求证：$C_1M\perp B_1D$；

（2） 求二面角$B-B_1E-D$的正弦值；

（3） 求直线$AB$与平面$DB_1E$所成角的正弦值.

18. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(0,-3)$，右焦点为$F$，且$|OA|=|OF|$，其中$O$为原点.

（1） 求椭圆的方程；

（2） 已知点$C$满足$3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$，点$B$在椭圆上（$B$异于椭圆的顶点），直线$AB$与以$C$为圆心的圆相切于点$P$，且$P$为线段$AB$的中点. 求直线$AB$的方程.

19. 已知$\{a_n\}$为等差数列，$\{b_n\}$为等比数列，$a_1=b_1=1,a_5=5(a_4-a_3),b_5=4(b_4-b_3)$.

（1） 求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2） 记$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，求证：$S_nS_{n+2}<S_{n+1}^2(n\in N^*)$；

（3） 对任意的正整数$n$，设

$$c_n=\begin{cases}\dfrac{(3a_n-2)b_n}{a_na_{n+2}}, & n\text{为奇数},\\ \dfrac{a_{n-1}}{b_{n+1}}, & n\text{为偶数}.\end{cases}$$

求数列$\{c_n\}$的前$2n$项和.

20. 已知函数$f(x)=x^3+k\ln x(k\in R)$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数.

（1） 当$k=6$时，

（i） 求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（ii） 求函数$g(x)=f(x)-f'(x)+\frac{9}{x}$的单调区间和极值；

（2） 当$k\geqslant -3$时，求证：对任意的$x_1,x_2\in[1,+\infty)$，且$x_1>x_2$，有

$$\frac{f'(x_1)+f'(x_2)}{2}>\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}.$$