2023年高考全国乙卷数学理科

选择题

1. 设$z=\frac{2+i}{1+i^2+i^5}$，则$\bar{z}=$（　）

A. $1-2i$　　B. $1+2i$

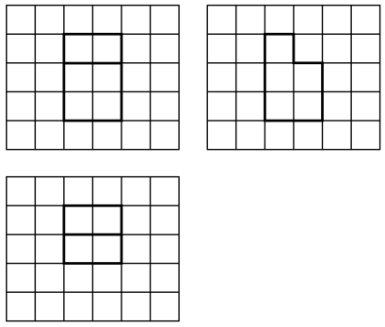
C. $2-i$　　D. $2+i$

2. 设集合$U=R$，集合$M=\{x|x<1\}$，$N=\{x|-1<x<2\}$，则$\{x|x\geq 2\}=$（　）

A. $\complement_U(M\cup N)$　　B. $N\cup\complement_U M$

C. $\complement_U(M\cap N)$　　D. $M\cup\complement_U N$

3. 如图，网格纸上绘制的一个零件的三视图，网格小正方形的边长为1，则该零件的表面积为（　）



A. 24　　B. 26　　C. 28　　D. 30

4. 已知$f(x)=\frac{xe^x}{e^{ax}-1}$是偶函数，则$a=$（　）

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

5. 设O为平面坐标系的坐标原点，在区域$\{(x,y)|1\leq x^2+y^2\leq 4\}$内随机取一点，记该点为$A$，则直线$OA$的倾斜角不大于$\frac{\pi}{4}$的概率为（　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

6. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$在区间$(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3})$单调递增，直线$x=\frac{\pi}{6}$和$x=\frac{2\pi}{3}$为函数$y=f(x)$的图像的两条对称轴，

则$f(-\frac{5\pi}{12})=$（　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 甲乙两位同学从6种课外读物中各自选读2种，则这两人选读的课外读物中恰有1种相同的选法共有（　）

A. 30种　　B. 60种　　C. 120种　　D. 240种

8. 已知圆锥PO的底面半径为$\sqrt{3}$，O为底面圆心，PA，PB为圆锥的母线，$\angle AOB=120°$，若$\triangle PAB$的面积等于$\frac{9\sqrt{3}}{4}$，则该圆锥的体积为（　）

A. π　　B. $\sqrt{6}\pi$

C. 3π　　D. $3\sqrt{6}\pi$

9. 已知$\triangle ABC$为等腰直角三角形，AB为斜边，$\triangle ABD$为等边三角形，若二面角$C-AB-D$为$150°$，则直线CD与平面ABC所成角的正切值为（　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

10. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为$\frac{2\pi}{3}$，集合$S=\{\cos a_n|n\in N^*\}$，若$S=\{a,b\}$，

则$ab=$（　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 0　　D. $\frac{1}{2}$

11. 设A，B为双曲线$x^2-\frac{y^2}{9}=1$上两点，下列四个点中，可为线段AB中点的是（　）

A. $(1,1)$　　B. $(-1,2)$

C. $(1,3)$　　D. $(-1,-4)$

12. 已知$\odot O$的半径为1，直线PA与$\odot O$相切于点A，直线PB与$\odot O$交于B，C两点，D为BC的中点，若$|PO|=\sqrt{2}$，

则$\vec{PA}\cdot\vec{PD}$的最大值为（　）

A. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

C. $1+\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{2}$

填空题

13. 已知点$A(1,\sqrt{5})$在抛物线C：$y^2=2px$上，则A到C的准线的距离为_____.

14. 若x，y满足约束条件

$$\begin{cases} x-3y\le -1 \\ x+2y\le 9 \\ 3x+y\ge 7 \end{cases},$$

则$z=2x-y$的最大值为_____.

15. 已知$\{a_n\}$为等比数列，$a_2a_4a_5=a_3a_6$，$a_9a_{10}=-8$，则$a_7=$_____.

16. 设$a\in(0,1)$，若函数$f(x)=a^x+(1+a)^x$在$(0,+\infty)$上单调递增，则a的取值范围是_____.

解答题

17. 某厂为比较甲乙两种工艺对橡胶产品伸缩率的处理效应，进行10次配对试验，每次配对试验选用材质相同的两个橡胶产品，随机地选其中一个用甲工艺处理，另一个用乙工艺处理，测量处理后的橡胶产品的伸缩率，甲、乙两种工艺处理后的橡胶产品的伸缩率分别记为x_i，y_i（$i=1,2,\cdots 10$），试验结果如下

试验序号i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
伸缩率x_i	545	533	551	522	575	544	541	568	596	548
伸缩率y_i	536	527	543	530	560	533	522	550	576	536

记$z_i=x_i-y_i(i=1,2,\cdots,10)$，记$z_1$，$z_2$，…，$z_{10}$的样本平均数为$\bar{z}$，样本方差为$s^2$，

（1）求$\bar{z}$，s^2；

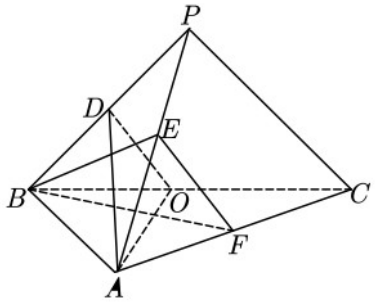
（2）判断甲工艺处理后的橡胶产品的伸缩率较乙工艺处理后的橡胶产品的伸缩率是否有显著提高（如果$\bar{z}\geq 2\sqrt{\frac{s^2}{10}}$，则认为甲工艺处理后的橡胶产品的伸缩率较乙工艺处理后的橡胶产品的伸缩率有显著提高，否则不认为有显著提高）.

18. 在$\triangle ABC$中，已知$\angle BAC=120°$，$AB=2$，$AC=1$.

（1）求$\sin\angle ABC$；

（2）若D为BC上一点，且$\angle BAD=90°$，求$\triangle ADC$的面积.

19. 如图，在三棱锥$P-ABC$中，$AB\perp BC$，$AB=2$，$BC=2\sqrt{2}$，$PB=PC=\sqrt{6}$，BP，AP，BC的中点分别为D，E，O，$AD=\sqrt{5}DO$，点F在AC上，$BF\perp AO$.



（1）证明：$EF\parallel$平面ADO；

（2）证明：平面$ADO\perp$平面BEF；

（3）求二面角$D-AO-C$的正弦值.

20. 已知椭圆C：$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{3}$，点$A(-2,0)$在$C$上.

（1）求C的方程；

（2）过点$(-2,3)$的直线交C于点P，Q两点，直线AP，AQ与y轴的交点分别为M，N，证明：线段MN的中点为定点.

21. 已知函数$f(x)=(\frac{1}{x}+a)\ln(1+x)$.

（1）当$a=-1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（2）是否存在a，b，使得曲线$y=f(\frac{1}{x})$关于直线$x=b$对称，若存在，求a，b的值，若不存在，说明理由.

（3）若$f(x)$在$(0,+\infty)$存在极值，求a的取值范围.

选做题【选修 4-4】

22. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta\left(\frac{\pi}{4}\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$，曲线 C_2：

$$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$$

（α 为参数，$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$）.

（1）写出 C_1 的直角坐标方程；

（2）若直线 $y=x+m$ 既与 C_1 没有公共点，也与 C_2 没有公共点，求 m 的取值范围.

【选修 4-5】

23. 已知 $f(x)=2|x|+|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)\le 6-x$ 的解集；

（2）在直角坐标系 xOy 中，求不等式组

$$\begin{cases}f(x)\le y\\ x+y-6\le 0\end{cases}$$

所确定的平面区域的面积.