2022年高考全国甲卷数学理科

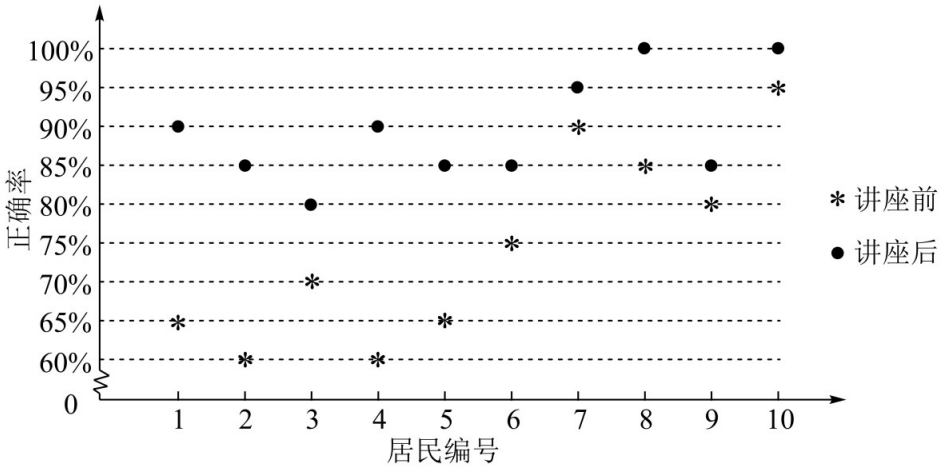
单项选择题

1. 若$z=-1+\sqrt{3}i$，则$\frac{z}{z\bar{z}-1}=$（　）

A. $-1+\sqrt{3}i$　　B. $-1-\sqrt{3}i$

C. $-\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}i$　　D. $-\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i$

2. 某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识．为了解讲座效果，随机抽取10位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这10位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



则（　）

A. 讲座前问卷答题的正确率的中位数小于70%

B. 讲座后问卷答题的正确率的平均数大于85%

C. 讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

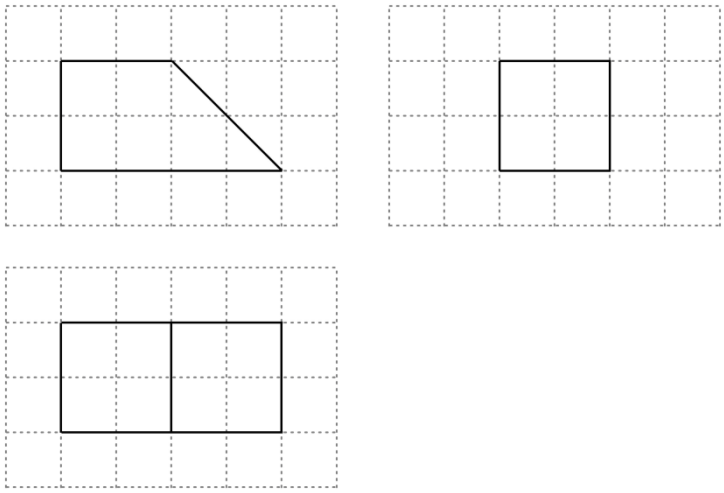
D. 讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

3. 设全集$U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，集合$A=\{-1,2\},B=\{x|x^2-4x+3=0\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$（　）

A. $\{1,3\}$　　B. $\{0,3\}$

C. $\{-2,1\}$　　D. $\{-2,0\}$

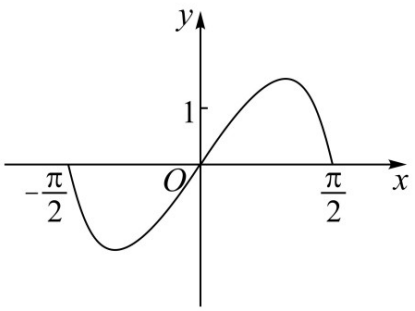
4. 如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为1，则该多面体的体积为（　）



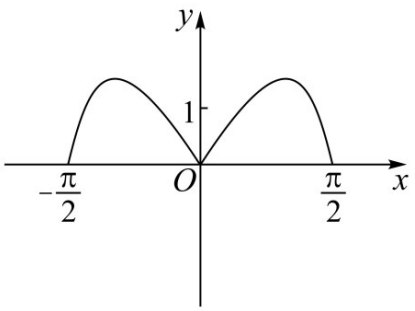
A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 20

5. 函数$y=(3^x-3^{-x})\cos x$在区间$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$的图象大致为（　）

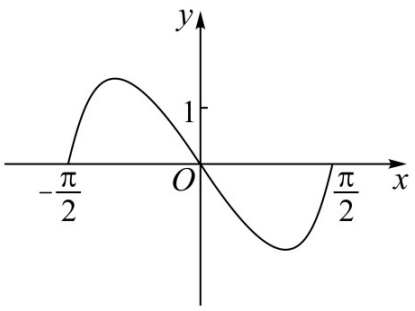
A.



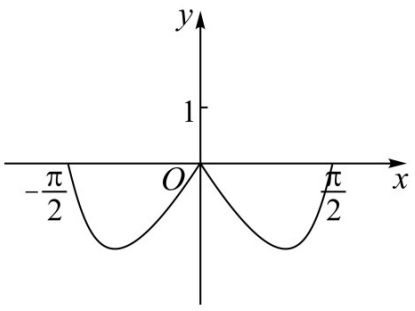
B.



C.



D.



6. 当$x=1$时，函数$f(x)=a\ln x+\frac{b}{x}$取得最大值-2，则$f'(2)=$（　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

7. 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知B_1D与平面$ABCD$和平面AA_1B_1B所成的角均为$30°$，则（　）

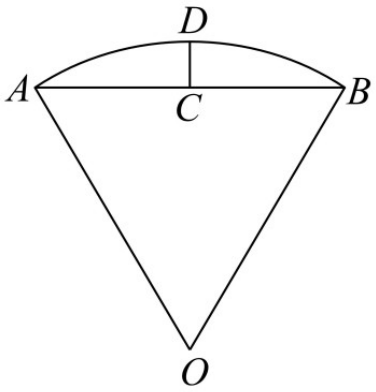
A. $AB=2AD$

B. AB与平面AB_1C_1D所成的角为$30°$

C. $AC=CB_1$

D. B_1D与平面BB_1C_1C所成的角为$45°$

8. 沈括的《梦溪笔谈》是中国古代科技史上的杰作，其中收录了计算圆弧长度的“会圆术”，如图，$\overset{\frown}{AB}$是以O为圆心，OA为半径的圆弧，C是AB的中点，D在$\overset{\frown}{AB}$上，$CD\perp AB$．“会圆术”给出$\overset{\frown}{AB}$的弧长的近似值s的计算公式：$s=AB+\frac{CD^2}{OA}$．当$OA=2,\angle AOB=60°$时，$s=$（　）



A. $\frac{11-3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{11-4\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{9-3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{9-4\sqrt{3}}{2}$

9. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为2π，侧面积分别为$S_{甲}$和$S_{乙}$，体积分别为$V_{甲}$和$V_{乙}$．若$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=2$，

则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$（　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{10}$　　D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$

10. 椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点为$A$，点$P$，$Q$均在$C$上，且关于$y$轴对称．若直线$AP,AQ$的斜率之积为$\frac{1}{4}$，则$C$的离心率为（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

11. 设函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$在区间$(0,\pi)$恰有三个极值点、两个零点，则$\omega$的取值范围是（　）

A. $[\frac{5}{3},\frac{13}{6})$　　B. $[\frac{5}{3},\frac{19}{6})$

C. $(\frac{13}{6},\frac{8}{3}]$　　D. $(\frac{13}{6},\frac{19}{6}]$

12. 已知$a=\frac{31}{32},b=\cos\frac{1}{4},c=4\sin\frac{1}{4}$，则（　）

A. $c>b>a$　　B. $b>a>c$

C. $a>b>c$　　D. $a>c>b$

填空题

13. 设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角的余弦值为$\frac{1}{3}$，且$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，则$(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=$_____.

14. 若双曲线$y^2-\frac{x^2}{m^2}=1(m>0)$的渐近线与圆$x^2+y^2-4y+3=0$相切，则$m=$_____.

15. 从正方体的8个顶点中任选4个，则这4个点在同一个平面的概率为_____.

16. 已知$\triangle ABC$中，点D在边BC上，$\angle ADB=120°,AD=2,CD=2BD$．当$\frac{AC}{AB}$取得最小值时，$BD=$_____.

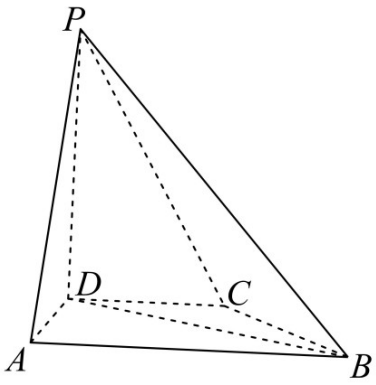
解答题

17. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$\frac{2S_n}{n}+n=2a_n+1$.

（1）证明：$\{a_n\}$是等差数列；

（2）若a_4,a_7,a_9成等比数列，求S_n的最小值.

18. 在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$底面$ABCD,CD\parallel AB,AD=DC=CB=1,AB=2,DP=\sqrt{3}$.



（1）证明：$BD\perp PA$；

（2）求PD与平面PAB所成的角的正弦值.

19. 甲、乙两个学校进行体育比赛，比赛共设三个项目，每个项目胜方得10分，负方得0分，没有平局．三个项目比赛结束后，总得分高的学校获得冠军．已知甲学校在三个项目中获胜的概率分别为0.5，0.4，0.8，各项目的比赛结果相互独立.

（1）求甲学校获得冠军的概率；

（2）用X表示乙学校的总得分，求X的分布列与期望.

20. 设抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，点$D(p,0)$，过F的直线交C于M，N两点．当直线MD垂直于x轴时，$|MF|=3$.

（1）求C的方程；

（2）设直线MD,ND与C的另一个交点分别为A，B，记直线MN,AB的倾斜角分别为α,β．当$\alpha-\beta$取得最大值时，求直线AB的方程.

21. 已知函数$f(x)=\dfrac{e^x}{x}-\ln x+x-a$.

（1）若$f(x)\geq 0$，求a的取值范围；

（2）证明：若$f(x)$有两个零点x_1,x_2，则$x_1x_2<1$.

坐标系与参数方程

22. 在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为

$$\begin{cases}x=\dfrac{2+t}{6}\\ y=\sqrt{t}\end{cases}$$

（t为参数），曲线C_2的参数方程为

$$\begin{cases} x=-\dfrac{2+s}{6} \\ y=-\sqrt{s} \end{cases}$$

（s为参数）.

（1）写出C_1的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_3的极坐标方程为$2\cos\theta-\sin\theta=0$，求C_3与C_1交点的直角坐标，及C_3与C_2交点的直角坐标.

不等式选讲

23. 已知a，b，c均为正数，且$a^2+b^2+4c^2=3$，证明：

（1）$a+b+2c\le 3$；

（2）若$b=2c$，则$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}\ge 3$.